

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VI-A

EDIȚIA A II-A, REVIZUITĂ

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Iuliana Ene
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
NEGRILĂ, ANTON

Matematică : teme recapitulative : clasa a VI-a / Anton Negrilă,
Maria Negrilă. - Ed. a 2-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2022
ISBN 978-973-47-3461-0

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

1

MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

2

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

II.1. Cel mai mare divizor comun.
Cel mai mic multiplu comun

3

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale
Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale
Regula de trei simplă

4

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

5

MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

- Se consideră mulțimea $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$.
 - Determinați mulțimile $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 3\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 2\}$ și $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 5\}$.
 - Determinați mulțimile $B \cap C$, $C \cap D$ și $B \cap C \cap D$.
- Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$.
 - Determinați elementele mulțimii B .
 - Determinați card B .
- Fie mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$.
 - Determinați elementele mulțimii B .
 - Calculați $A \cap B$ și $A \cup B$.
- Fie $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați card B .
- Determinați elementele mulțimilor:
 - $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$;
 - $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$;
 - $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$;
 - $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$;
 - $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$.
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ și $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ și $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- Fie mulțimile $A = \{1, 3, 5\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați elementele mulțimii $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$ și card C .
- Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$. Determinați elementele mulțimilor $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$. Determinați elementele mulțimilor $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B, B - A, (A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$.
- Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A - B, B - A, (A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

- 13.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$. Arătați că $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$.
- 14.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$. Determinați mulțimile A, B . Arătați că $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$.
- 15.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 19 \leq 6x - 5 < 85\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 2x - 1 \leq 33\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cap B, A \cup B, B - A$ și $A - B$.
- 16.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 5 < 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3x - 8 < 7\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Calculați $A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- 17.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \leq 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$. Determinați elementele mulțimilor $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 18.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2^x - 132 < 124 - 2^x\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1 \in \mathcal{D}_{15}\}$.
- Determinați elementele mulțimilor A și B .
 - Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 19.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{7x+5} < [(3^2)^4]^{5^5}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 3 \leq 9\}$.
- Determinați elementele mulțimilor A și B .
 - Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 20.** Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 20\}$, unde $a = 2^4 \cdot (2^5)^2 : (2^3)^3 - 3^7 : (3^2)^2$, $b = \{1 + [2 + 3 \cdot (4^2 - 5)] : 5\} : 2$, $c = 2^2 \cdot [3^2 + 4^2 \cdot (5^2 - 2^3 \cdot 3)] : 5$, $d = (3^2)^4 : 3^5 + (2^3)^2 : 2^2 - 7 \cdot (5^2)^3 : 5^5$. Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 21.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 3 < 9\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x + 2 < 11\}$ și $C = \{a, b, c\}$, unde $a = 72 : \{2^5 - 2 \cdot [5^2 - (3^8 \cdot 5^3) : (3^7 \cdot 5^2)]\}$, $b = (7^7 : 7^4 \cdot 7^2)^2 : 7^3$, $c = [3^{14} : (3^3)^4 - (5^7)^5 : (5^2)^{17}] : 2$. Calculați $(A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- 22.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x - 1 < 8\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x + 1 \leq 12\}$. Determinați mulțimile $A, B, C, A \cup B, B \cup C, (A \cap B) \cup C, (A \cap C) \cup B, (A \cap B) \cup (B \cap C)$.
- 23.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 < 2(2x - 3) + 7 \leq 29\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq 2(3x + 4) - 7 < 37\}$.
- Determinați elementele mulțimilor A și B .
 - Aflați mulțimile $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 24.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2[2(4x - 3) + 13] - 27 < 115\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 < 2[(3(2x - 3) + 17) - 27 < 97\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.

- 25.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 5(3x - 3) + 4 + 3(2x - 4) + 2 \leq 168\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 11 < 3(2x - 3) + 8 + 3(x - 3) - 6 < 65\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- 26.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 6\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in B\}$. Determinați mulțimile $A, B, C, (A \cup B) \cap C, (A - C) \cup B, (B - C) \cup A, (C - A) \cap B, (A \cap B) \cup (B - C), A \cup B \cup C, A \cap B \cap C$.
- 27.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in A\}$ și $C = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2x + 1, x \in B\}$. Determinați mulțimile $A, B, C, (A \cap B) \cup (B \cap C), (A - B) \cup (B - C), (A - B) \cap (B \cap C), (B \cap C) \cup A, (A \cup B) \cap C$.
- 28.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 50\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 28\}$. Determinați elementele mulțimilor $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 29.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 42\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 1 \mid 27\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 30.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 \mid 18\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 21\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 31.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 19 \text{ și } 4 \mid x + 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10 \text{ și } 6 \mid x + 10\}$. Determinați elementele mulțimilor $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$ și $B - A$.
- 32.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 35\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$. Determinați mulțimile $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 33.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 2 \mid 56\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 8\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 34.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 3 \mid 36\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 3 \mid 42\}$. Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
- 35.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + 1 \mid 5x + 13\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 15\}$. Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.
- 36.** Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \mid \overline{5x7x}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 \mid \overline{2x7x}\}$. Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.
- 37.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq 2x + 3 \leq 13\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2(2x + 4) - 17 \leq 33\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A$.
 - Aflați $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$.

- 38.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq 3(2x + 3) + 12 + 3(x - 3) - 6 < 78\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 28 < 5(3x + 2) + 4 + 3(2x - 3) + 2 \leq 175\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.
 - Aflați $\text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B)$.
- 39.** Se consideră mulțimile $A = \{u(2^6), u(3^{17}), u(9^{20}), u(8^{24}), u(5^{60}), u(4^{21})\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x + 1) \mid 28\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Arătați că $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$.
- 40.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^a, \text{ unde } a \in \{0, 1, 2, 3\}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a numerelor } 3^{2008}, 5^{2008}, 4^{2008}, 2^{2009}, 8^{2009}\}$.
- Determinați mulțimile A și B .
 - Arătați că $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$.
- 41.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x < 35\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } 3^n, n \in \mathbb{N}\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 \mid 12\}$. Calculați mulțimile $B - C$, $A - (B \cap C)$, $A \cap B \cap C$, $(A - B) \cup (C - B)$.
- 42.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 9\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, x \leq 11\}$. Aflați mulțimile A, B, C , $(A \cap B) \cup C$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $(B \cap C) - A$ și $(A - B) \cup (B - C)$.
- 43.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 10, x - \text{număr par}\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2x + 1, x \in A\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} \mid z = y - x, y \in B \text{ și } x \in A\}$. Calculați mulțimile $(C - B) \cup A$ și $(B \cap C) \cup A$.
- 44.** Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 9\}$ și $C = \{y \in \mathbb{N} \mid y = a + b, a \in A \text{ și } b \in B\}$. Arătați că $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- 45.** Determinați elementele mulțimilor $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \cdot 10^{n+1} + 10^n + 28 \leq 25653\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 9^{n+1} \leq 3^{15} - 2 \cdot 9^7 - 2 \cdot 3^{13} - 2 \cdot 9^6\}$. Calculați $A \cap B$.
- 46.** Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5^x + 5^{x+2} + 5^{x+3} \leq 3775\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 3x + 5x + 7x + \dots + 2013x \leq 2x + 4x + 6x + \dots + 2012x + 2014\}$. Calculați $A \cap B$.
- 47.** Dacă mulțimile A și B îndeplinesc simultan condițiile:
- $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
 - $A \cap B = \{3, 4, 5, 6\}$;
 - $A - B = \{0, 1, 2\}$.
- determinați mulțimile A și B .
- 48.** Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:
- $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$;
 - $A \cap B = \{5, 7, 11\}$;
 - $B - A = \{1, 13\}$.

49. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 10\}$;

ii) $A \cap B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x = 2n \text{ și } x \leq 6\}$;

iii) $A - B = \{1, 9\}$.

50. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x + 1 \leq 12\}$;

ii) $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \leq 5, n \in \mathbb{N}\}$;

iii) $A - B = \{4, 6\}$.

51. Determinați mulțimile A , B și C care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

ii) $A - B = \{3, 4\}$;

iii) $A - C = \{2, 4\}$;

iv) $B - C = \{1, 2\}$.

52. Se consideră mulțimile $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, x, 6\}$ și $C = \{x, y, 4, 8\}$. Determinați numerele x și y , știind că sunt îndeplinite condițiile $A \cap B = \{2, 5\}$ și $A \subset C$.

53. Se consideră mulțimile $A = \{2, 3, 6\}$, $B = \{2, 4, x, 6\}$ și $C = \{3, 1, 6, x, y\}$. Determinați numerele x și y , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7\}$ și $B \cap C = \{2, 6, 7\}$.

54. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a^2 - a, a \in \mathbb{N}^*\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2b - 1, b \in \mathbb{N}^*\}$.

a) Determinați primele 6 elemente ale mulțimilor A și B .

b) Demonstrați că mulțimile A și B sunt disjuncte.

55. Într-o clasă cu profil matematică – informatică sunt 32 de elevi, dintre care 21 elevi participă la cercul de informatică și 18 elevi participă la cercul de matematică. Fiecare elev participă la cel puțin una dintre aceste activități. Calculați câți elevi participă la ambele activități.

56. Într-o clasă cu profil matematică – informatică sunt 32 de elevi, dintre care 6 elevi au situația neîncheiată la matematică și la informatică, iar 14 elevi au medii maxime la matematică și 16 elevi au medii maxime la informatică.

a) Câți elevi au medii maxime la ambele materii?

b) Câți elevi au medie maximă doar la matematică?

c) Câți elevi au medie maximă doar la informatică?

GEOMETRIE

1

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct.

Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.

Bisectoarea unui unghi

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă

I.4. Cerc. Unghi la centru

2

TRIUNGHIUL

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi.

Metoda triunghiurilor congruente.

Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic

I.1. UNGHIIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIIURI SUPLEMENTARE. UNGHIIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

- În jurul punctului O sunt patru unghiuri, AOB , BOC , COD și DOA , astfel încât $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 20^\circ$, $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB - 10^\circ$, $\sphericalangle DOA = 4\sphericalangle AOB + 30^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor.
- Se consideră unghiurile XOY , YOZ , ZOT și TOX în jurul punctului O (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația $3\sphericalangle XOY = 6\sphericalangle YOZ = 9\sphericalangle ZOT = 2\sphericalangle TOX$. Determinați măsurile acestor unghiuri.
- Fie unghiurile AOB , BOC , COD și DOA în jurul punctului O (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația $3\sphericalangle AOB = 4\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle COD = 6\sphericalangle DOA$. Determinați măsurile acestor unghiuri.
- Unghiurile AOB , BOC , COD și DOA sunt unghiuri formate în jurul punctului O , adiacente două câte două, astfel încât $\sphericalangle BOC = 4\sphericalangle AOB$, $3\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOA = 9\sphericalangle AOB$.
 - Calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC , COD și DOA .
 - Arătați că semidreptele $[OB$ și $[OD$ sunt semidrepte opuse.
- Unghiurile XOY , YOZ , ZOT și TOX sunt unghiuri formate în jurul punctului O , cu interioarele disjuncte, astfel încât $\sphericalangle XOY = \frac{1}{4}\sphericalangle YOZ$, $\sphericalangle YOZ = 2\sphericalangle ZOT$ și $\sphericalangle TOX = 3\sphericalangle XOY$.
 - Calculați măsurile unghiurilor XOY , YOZ , ZOT și TOX .
 - Arătați că semidreptele $[OX$ și $[OZ$ sunt opuse.
- Fie $[OA$, $[OB$, $[OC$, $[OD$ și $[OE$ semidrepte, în această ordine.
 - Dacă $\sphericalangle BOC + 10^\circ = \sphericalangle AOB$, $3\sphericalangle COD = 4\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle DOE$ și $3\sphericalangle AOE = 5\sphericalangle BOC$, calculați măsurile acestor unghiuri.
 - Dacă $[OF$ este bisectoarea unghiului AOE , arătați că punctele F , O și C sunt coliniare.
- În jurul unui punct O se consideră unghiurile AOB , BOC , COD , DOE și EOA , cu interioarele disjuncte, astfel încât $\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle BOC$, $2\sphericalangle COD = 3\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle COD$ și $6\sphericalangle DOE = 5\sphericalangle AOE$.
 - Calculați măsurile acestor unghiuri în condițiile date.
 - Arătați că punctele E , O și B sunt coliniare.
 - Dacă $[OX$ este bisectoarea unghiului BOC și $[OY$ este bisectoarea unghiului AOE , calculați măsura unghiului XOY .
- În figura 1, punctele A , O și B sunt coliniare, iar măsurile unghiurilor AOC și BOD sunt proporționale cu 8 și, respectiv, 3. Știind că $[OE$ este bisectoarea unghiului AOC și $[OF$ este bisectoarea unghiului BOD , iar $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle BOD$, calculați măsura unghiului EOF .

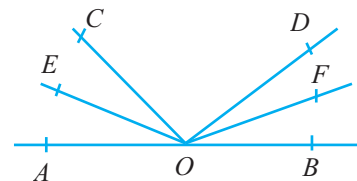


Fig. 1

- Fie AOB un unghi alungit; în același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele $[OC$ și $[OD$ (în această ordine), astfel încât $\sphericalangle AOC = \frac{3}{5}\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle BOD = 2\sphericalangle COD$.
 - Calculați măsurile unghiurilor AOC , COD și BOD .

b) Dacă semidreapta $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD și semidreapta $[ON \perp [OM$ este situată în același semiplan cu $[OM$, calculați măsura unghiului CON .

10. Fie AOB și BOC două unghiuri adiacente și suplementare, unde $\sphericalangle AOB = a^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 3a^\circ + 44^\circ$. În același semiplan ce conține semidreapta $[OB$ se construiesc semidreptele $[OE$ – bisectoarea unghiului AOB , $[OF \perp [OE$, și $[OD$ – bisectoarea unghiului FOC . Calculați:

- măsurile unghiurilor AOB și BOC ;
- măsurile unghiurilor BOF și COD ;
- măsurile unghiurilor BOD și DOE .

11. În figura 2, punctele A, O și D sunt coliniare, $O \in (AD)$, $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente, iar $[OC \in \text{Int}(\sphericalangle BOD)$. Dacă $\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC = \frac{5}{3}\sphericalangle COD$ și $[OM$ este bisectoarea unghiului AOC , iar $Q \in \text{Int}(\sphericalangle BOD)$ astfel încât $\sphericalangle MOQ = 90^\circ$, atunci:

- calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD ;
- arătați că $[OQ$ este bisectoarea unghiului COD .

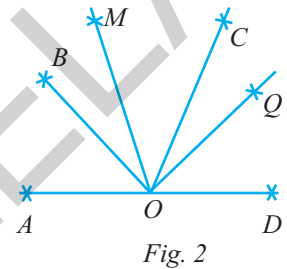


Fig. 2

12. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC , pentru care avem relațiile: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC + 36^\circ$ și $9\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$. Dacă $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului AOC , calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, AOC și MON .

13. Unghiurile AOB și BOC , adiacente, au bisectoarele perpendiculare. Aflați măsura fiecărui unghi, știind că $\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$. Dacă $[OD$ este bisectoarea unghiului BOC , $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD și $[ON \perp OM$, calculați măsura unghiului AON .

14. Se consideră unghiul $XOY < 90^\circ$. În semiplanul determinat de $[OX$, care conține $[OY$, se duc semidreptele $[OA \perp [OX$ și $[OB \perp [OY$. Se notează cu $[OC$ bisectoarea unghiului BOX .

- Dacă $\sphericalangle XOC = \sphericalangle XOY + 20^\circ$, calculați unghiul XOY .
- Dacă $[OY$ este bisectoarea unghiului XOC , atunci $\sphericalangle AOY = 2\sphericalangle BOA$.

15. Fie unghiurile AOB, BOC, COD și DOA în jurul punctului O , adiacente două câte două în această ordine. Se știe că $3\sphericalangle AOB = 4\sphericalangle BOC = 6\sphericalangle COD = 2\sphericalangle DOA$ și $[OM$ este opusă semidreptei $[OB$, iar $[ON$ este bisectoarea unghiului DOC .

- Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOA .
- Arătați că $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle BON$.
- Arătați că $[OM$ este bisectoarea unghiului AON .

16. Se consideră AOD un unghi alungit și, în același semiplan, semidreptele $[OB$ și $[OC$ astfel încât măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD să fie proporționale cu numerele 3, 4 și, respectiv, 8. Fie $[OM$ bisectoarea unghiului BOC și $[OP \perp [OM$, astfel încât $[OM$ și $[OP$ să fie situate în semiplane diferite.

- Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD .
- Calculați măsurile unghiurilor MOD și POD .
- Arătați că $2\sphericalangle AOM = \sphericalangle MOD$.
- Dacă $[ON$ este semidreapta opusă semidreptei $[OB$, aflați măsura unghiului PON .

17. Se consideră unghiurile AOB și BOC , astfel încât $\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC$, și semidreptele $[OM$ – bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ – bisectoarea unghiului BOC , cu $\sphericalangle MON = 40^\circ$. Calculați:
- măsurile unghiurilor AOB , BOC și AOC ;
 - măsura unghiului AOB' , unde $[OB'$ este opusă semidreptei $[OB$.
- Analizați toate cazurile posibile.
18. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC , astfel încât $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului BOC , iar $\sphericalangle MON = 75^\circ$.
- Determinați $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$, știind că $3\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB$.
 - Dacă $[OT \perp [OM$, astfel încât punctele M și T sunt de aceeași parte cu punctul B față de $[OA$, arătați că $[OT$ este bisectoarea unghiului CON .
19. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Bisectoarea $[OM$ a unghiului AOB formează unghiul MOC de 85° și bisectoarea $[ON$ a unghiului BOC formează unghiul MON de 60° . Calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC și AOC .
20. Fie $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente și suplementare astfel încât $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 45^\circ$.
- Calculați măsurile celor două unghiuri.
 - Dacă $[OE$ este bisectoarea unghiului AOB și $\sphericalangle DOE = 90^\circ$, D fiind în același semiplan cu E față de AC , arătați că $[OD$ este bisectoarea unghiului BOC .
21.
 - Determinați unghiul care are suplementul de patru ori mai mare decât complementul său.
 - Determinați unghiul care are suplementul complementului său cu 10° mai mare decât suplementul său.
22. Fie AOB și BOC două unghiuri adiacente și suplementare. Știind că suplementul complementului unghiului AOB este cu 100° mai mare decât complementul suplementului unghiului BOC , calculați măsurile unghiurilor AOB și BOC .
23. Fie AOB , BOC , COD , DOE și EOA unghiuri în jurul unui punct, în această ordine, cu interioarele disjuncte, astfel încât $\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOB + n^\circ$, $\sphericalangle COD = \sphericalangle BOC + n^\circ$, $\sphericalangle DOE = \sphericalangle COD + n^\circ$, $\sphericalangle EOA = \sphericalangle DOE + n^\circ$, $n \in \mathbb{N}^*$, iar $[OA$ și $[OD$ sunt semidrepte opuse.
- Calculați măsura unghiului AOB .
 - Dacă $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului COD , iar $OM \equiv OE$, arătați că $MN \equiv NE$.
24. Fie AOB și BOC unghiuri adiacente și suplementare ($\sphericalangle AOB < \sphericalangle BOC$). În semiplanul ce conține $[OB$ se construiesc $[OD \perp [OB$ și $[OF \perp [AC$. Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului AOB , $[OP$ este bisectoarea unghiului FOD și $3\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle COD$, calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC , COD și NOP .
25. Fie AOD un unghi alungit. În același semiplan determinat de dreapta AD se construiesc semidreptele $[OB$ și $[OC$, astfel încât măsurile unghiurilor AOB , BOC și COD să fie proporționale cu numerele 2, 3 și, respectiv, 5. Se știe că $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON \perp [OM$, $[ON$ și $[OM$ fiind situate în semiplane diferite, iar $[OP$ este opusă semidreptei $[OC$.
- Calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC și COD .
 - Calculați măsurile unghiurilor MOD , NOD , POB și POD .

1.2. DREPTE PARALELE. AXIOMA PARALELELOR. CRITERII DE PARALELISM

1. În figura 1, dreptele a și b sunt paralele. Calculați măsura unghiului ABC , în condițiile date.

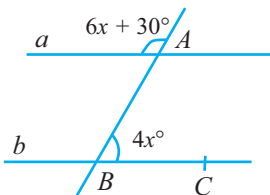


Fig. 1

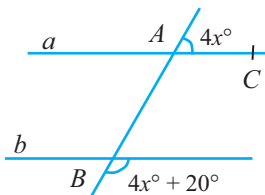


Fig. 2

2. În figura 2, $a \parallel b$. Calculați măsura unghiului BAC .

3. În figura 3, dreptele a și b sunt paralele și AB este o secantă, iar $[AC$ este bisectoarea unghiului BAD . În condițiile problemei, calculați măsurile unghiurilor BAC și ACB .

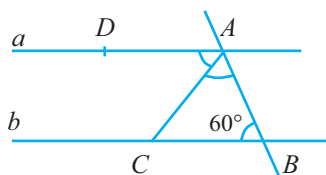


Fig. 3

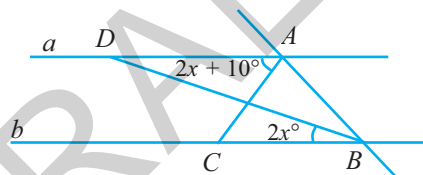


Fig. 4

4. În figura 4, $a \parallel b$, $[AC$ este bisectoarea unghiului BAD și $[BD$ este bisectoarea unghiului ABC . Calculați măsura unghiurilor DAB , ABC , ADB și ACB .

5. În figura 5, $a \parallel b$, iar AC este bisectoarea unghiului BAD . Calculați măsura unghiului ACB .

6. În triunghiul ABC , $\sphericalangle A = 60^\circ$ și $[BD$ este bisectoarea unghiului ABC , cu $\sphericalangle DBC = 40^\circ$ ($D \in AC$). Se construiește $CM \parallel AB$, $M \in [BD$. Calculați măsurile unghiurilor BMC , ACM , ACB și BCM .

7. În figura 6, $a \parallel b$, $[AN$ este bisectoarea unghiului MAB și $[BC$ este bisectoarea unghiului ABD . Știind că $\sphericalangle BAC$ are 56° :

- calculați măsurile unghiurilor BAM , ANB , ABC , ACB și DBC ;
- arătați că $BC \parallel AN$.

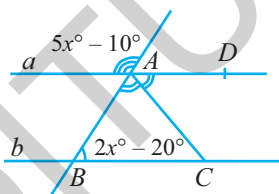


Fig. 5

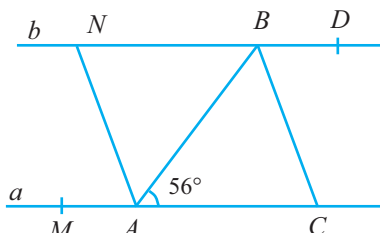


Fig. 6

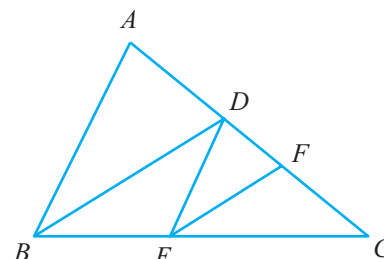


Fig. 7

8. În figura 7 este reprezentat triunghiul ABC , în care $[BD$ este bisectoarea unghiului ABC , $DE \parallel AB$, $E \in (BC)$ și $EF \parallel BD$, $F \in (AC)$, iar $\sphericalangle ABC = 80^\circ$.

- Arătați că EF este bisectoarea unghiului DEC .
- Calculați măsura unghiului BED .
- Dacă $\sphericalangle EFD = 100^\circ$, arătați că $[DE$ este bisectoarea unghiului BDC .

CUPRINS

ALGEBRĂ	5
CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE	7
CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	12
II.1. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun	12
CAPITOLUL III. RAPOARTE ȘI PROPORȚII	19
III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă	19
CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI	31
CAPITOLUL V. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE	41
GEOMETRIE	57
CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE	59
I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi	59
I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism	62
I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă	64
I.4. Cerc. Unghi la centru	67
CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL	70
II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic	70
TESTE RECAPITULATIVE	78
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	103
NOTIȚELE ELEVULUI	129