7

Maria Zaharia
Dan Zaharia

GEOMETRIA în gimnaziu

Explicații și rezolvări complete

Editura Paralela 45

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Roxana Pietreanu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
ZAHARIA, MARIA
Geometria în gimnaziu : explicaţii şi rezolvări complete : clasa a VII-a /
Maria Zaharia, Dan Zaharia. - Piteşti : Paralela 45, 2022
ISBN 978-973-47-3713-0

I. Zaharia, Dan

51

Capitolul I
PATRULATERUL

Lecţia 1. Patrulaterul convex.
Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex

Priveşte figura 1 şi observă următoarele caracteristici ale acesteia:

1) oricare trei dintre cele patru puncte A, B, C, D nu sunt coliniare;
2) segmentele AB, CD, respectiv AD şi BC nu se intersectează;
3) figura este reuniunea celor patru segmente: AB, BC, CD, DA.

O astfel de figură se numeşte *patrulater*, iar punctele A, B, C, D se numesc *vârfurile* patrulaterului.

Fig. 1

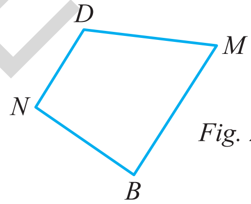


Fig. 2

Patrulaterul cu vârfurile A, B, C, D se notează $ABCD$ sau $ADCB$. Ordinea vârfurilor în numirea patrulaterului este de mare importanţă. Ea se stabileşte astfel: se alege un vârf; folosindu-ne de figură, următoarele vârfuri le numim fie în sensul invers rotirii acelor de ceas, fie în sensul rotirii acelor de ceas. De exemplu, dacă se alege vârful B, patrulaterul din figura 1 poate fi numit $BCDA$ sau $BADC$. Prin urmare, un patrulater poate fi numit în 8 moduri.

În figura 2 este reprezentat un patrulater pe care îl putem numi, de exemplu $MDNB$. De asemenea, în figura 3 este reprezentat un patrulater pe care îl putem numi $PQRT$.

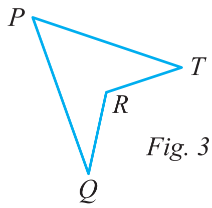
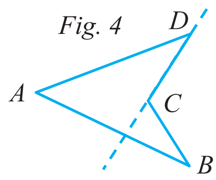


Fig. 3

Patrulaterul $ABCD$ din figura 1 se numeşte *patrulater convex*. Observă că *pentru fiecare dreaptă care conţine o latură, vârfurile patrulaterului, ce nu aparţin acestei drepte, sunt de aceeaşi parte a ei*. De asemenea, $MDNB$ din figura 2 este convex.

Fig. 4



Patrulaterul $ABCD$ din figura 4 nu este convex, deoarece punctele A şi B sunt de o parte şi de alta a dreptei CD. Un astfel de patrulater se numeşte *patrulater concav*. Patrulaterul $PQRT$ din figura 3 este, de asemenea, concav.

Ne amintim

Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este egală cu 180°.
Prin urmare, dacă ABC este un triunghi oarecare (figura 5) atunci:
$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$.

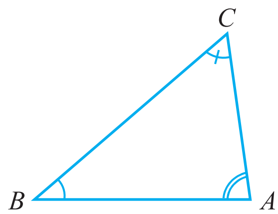


Fig. 5

Rezolvăm împreună şi descoperim noţiuni noi

Calculează suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex.

Rezolvare:

Construim un patrulater convex $ABCD$ (figura 6).

Atunci suma măsurilor unghiurilor triunghiului ABC este egală cu:
$\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC + \sphericalangle BCA = 180°$ şi suma măsurilor unghiurilor triunghiului ADC este egală cu: $\sphericalangle CAD + \sphericalangle ADC + \sphericalangle DCA = 180°$.

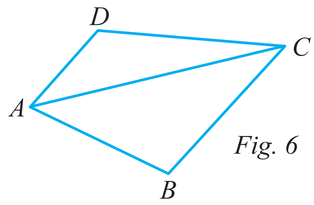


Fig. 6

Adunând cele două egalități termen cu termen, rezultă:

$\sphericalangle CAB + \sphericalangle CAD + \sphericalangle ABC + \sphericalangle ADC + \sphericalangle BCA + \sphericalangle DCA = 180° + 180° = 360°$, de unde, observând că $\sphericalangle CAB + \sphericalangle CAD = \sphericalangle DAB$ și $\sphericalangle BCA + \sphericalangle DCA = \sphericalangle DCB$, rezultă $\sphericalangle DAB + \sphericalangle ABC + \sphericalangle ADC + \sphericalangle DCB = 360°$. Prin urmare: suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360°.

Reține!

- Elementele unui patrulater convex *ABCD* (figura 1) sunt:
  - **vârfurile** patrulaterului (punctele *A*, *B*, *C*, *D*);
  - **laturile** patrulaterului (segmentele *AB*, *BC*, *CD*, *DA*);
  - **unghiurile** patrulaterului ($\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$, $\sphericalangle CDA$, $\sphericalangle DAB$);
  - **diagonalele** patrulaterului (segmentele *AC* și *BD*).
- Două laturi care au un punct comun se numesc **laturi consecutive** sau **laturi vecine** (exemplu: laturile *BC* și *CD*).
- Două laturi care nu sunt consecutive se numesc **laturi opuse** (exemplu: laturile *AB* și *CD*).
- Două unghiuri sunt **opuse** dacă nu au în comun o latură a patrulaterului (exemplu: unghiurile *ABC* și *ADC* sunt opuse).
- Ordinea vârfurilor în numirea patrulaterului este importantă.
- Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360°.
- Suma lungimilor laturilor unui patrulater este **perimetrul** acestuia.

EXERSEAZĂ!

1. Dacă apreciezi că afirmația este adevărată, încercuiește litera A. În caz contrar, încercuiește litera F.

ABCD este un patrulater convex. Atunci:

a) laturile *AD* și *CB* sunt opuse; A F

b) unghiurile *BAD* și *CBA* sunt opuse; A F

c) segmentul *BC* este o diagonală a patrulaterului. A F

2. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

Se consideră un patrulater convex cu unghiul *A* ascuțit și unghiurile *B* și *D* drepte. Atunci:

A. unghiul *C* este ascuțit; B. unghiul *C* este drept;

C. unghiul *C* este obtuz; D. $180° + \sphericalangle C < 270°$.

3. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

Se consideră un patrulater convex *ABCD*, în care $A = \sphericalangle 60°$, $B = \sphericalangle 70°$, $\sphericalangle C = 140°$. Măsura unghiului *D* este egală cu:

A. 60°; B. 90°; C. 135°; D. 140°.

4. Unește, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

Se consideră un patrulater convex *ABCD* (figura 7). Știind că *O* este mijlocul lui *AD*, $AD = 2CD$ și $AB = BC = CD = OC = OB$, atunci:

a) $\sphericalangle BAC =$ 1) 30°;

b) $\sphericalangle BAD =$ 2) 45°;

c) $\sphericalangle BCD =$ 3) 60°;

d) $\sphericalangle ACD =$ 4) 90°;

5) 120°.

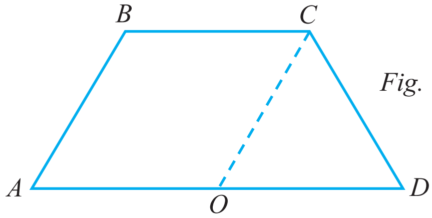


Fig. 7

5. **Completează spațiul punctat cu răspunsul corect.**
Patrulaterul convex $ABCD$ are unghiurile opuse congruente două câte două. Știind că $\sphericalangle B = 4x + 15°$ și $\sphericalangle D = 6x - 27°$, x este egal cu …°.

FIXEAZĂ!

6. În patrulaterul convex $ABCD$ din figura 8, $AB \perp AD$, $BC \perp CD$ și $\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle CDB$. Demonstrează că:
a) $AB \equiv BC$; b) $\sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle CBD$; c) $BD \perp AC$.

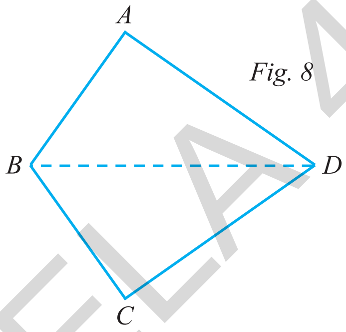


Fig. 8

7. Calculează măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că ele sunt proporționale cu numerele 3, 4, 6 și 7.

8. Punctul O este mijlocul laturii AB a patrulaterului $BTRA$ și segmentele OA, AR, RO, TR și OT sunt congruente. Demonstrează că patrulaterul $BTRA$ are:
a) două laturi paralele; b) două unghiuri alăturate suplementare.

FII CAMPION!

9. Se notează cu M mijlocul laturii BC a unui triunghi ABC. Bisectoarea unghiului AMC intersectează dreapta AC în punctul N. Dacă $AM = MB$, demonstrează că patrulaterul $ABMN$ are două unghiuri drepte.

10. Se consideră un triunghi ABC, cu $\sphericalangle ACB = 40°$. Pe latura AC se fixează punctul E, iar pe latura BC punctul D, astfel încât $CD = CE$. Dacă dreptele AB și DE sunt paralele, demonstrează că patrulaterul $ABDE$ are:
a) unghiurile opuse suplementare; b) două laturi opuse congruente.

Lecţia 3. Aplicaţii în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi

Reţine!

- Se numeşte **linie mijlocie** a unui triunghi segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului.
- Orice triunghi are trei linii mijlocii.

În figura 1, deoarece punctele M şi N sunt mijloacele laturilor AB şi BC ale triunghiului ABC, segmentul MN este o linie mijlocie. Dacă P este mijlocul laturii AC, atunci MP şi NP sunt alte două linii mijlocii ale triunghiului. Deci orice triunghi are trei linii mijlocii.

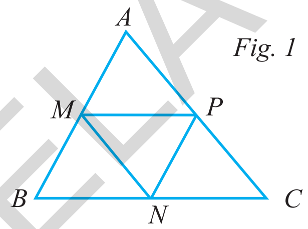


Fig. 1

Teorema liniei mijlocii. Linia mijlocie determinată de mijloacele a două laturi ale unui triunghi este paralelă cu cea de-a treia latură şi are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia.

Reformulare (figura 2):

Ipoteza: $AM \equiv MB$ şi $AN \equiv NC$;

Concluzia: $MN \parallel BC$ şi $MN = \frac{1}{2}BC$.

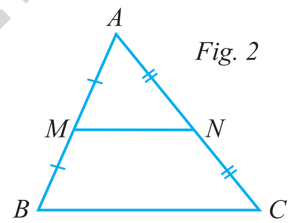


Fig. 2

Reciproca teoremei liniei mijlocii. Paralela la o latură a unui triunghi, dusă prin mijlocul altei laturi a triunghiului, este linie mijlocie triunghiului.

Reformulare (figura 3):

Ipoteza: $AM \equiv MB$ şi $MN \parallel BC$;

Concluzia: $AN \equiv NC$ şi $MN = \frac{1}{2}BC$.

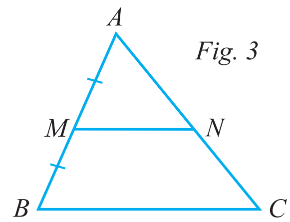


Fig. 3

Observaţie:

Reciproca teoremei liniei mijlocii este utilă pentru a demonstra că un segment MN este linie mijlocie a unui triunghi ABC. Astfel, pentru a demonstra că un segment MN este linie mijlocie, este suficient să arătăm că punctul M este mijlocul segmentului AB şi că dreptele MN şi BC sunt paralele.

Reţine!

- Se numeşte **mediană** într-un triunghi segmentul determinat de un vârf al triunghiului şi mijlocul laturii opuse.
- Orice triunghi are trei mediane.

Teoremă. Medianele unui triunghi sunt concurente într-un punct, notat cu G, numit *centrul de greutate al triunghiului*, situat pe fiecare mediană la două treimi de vârf şi o treime de bază.

Reformulare (figura 4):
Ipoteza: AA', BB', CC' – mediane ale triunghiului *ABC*.
Concluzia:
1) *AA', BB', CC'* sunt concurente în *G*;
2) $AG = \frac{2}{3}AA'$ și $GA' = \frac{1}{3}AA'$, $BG = \frac{2}{3}BB'$ și $GB' = \frac{1}{3}BB'$,
$CG = \frac{2}{3}CC'$ și $GC' = \frac{1}{3}CC'$.

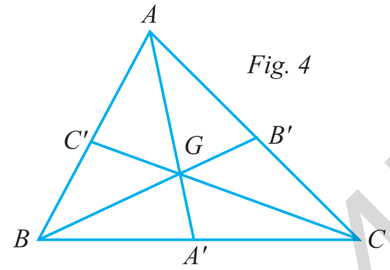


Fig. 4

Reține!

• **Proprietatea medianelor unui triunghi.** Medianele unui triunghi sunt concurente într-un punct, notat cu *G*, numit centrul de greutate al triunghiului, situat pe fiecare mediană la două treimi de vârf și o treime de bază.

EXERSEAZĂ!

1. Dacă apreciezi că afirmația este adevărată, încercuiește litera A. În caz contrar, încercuiește litera F.
Dacă *A'* și *B'* sunt mijloacele laturilor *BC*, respectiv *AC* ale triunghiului *ABC*, atunci:

a) *AA'* este o mediană a triunghiului *ABC*;	A	F
b) *AA'* este bisectoarea unghiului *BAC*;	A	F
c) *A'B'* este o linie mijlocie a triunghiului *ABC*.	A	F

2. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.
Fie un triunghi *ABC* și *M, N, P* mijloacele laturilor sale. Dacă perimetrul triunghiului *MNP* este egal cu 12 cm, perimetrul triunghiului *ABC* este egal cu:
A. 18 cm; B. 24 cm; C. 6 cm; D. 36 cm.

3. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.
Se consideră un paralelogram *ABCD*, în care *BA* = *AC*. Perpendiculara din *C* pe *AD* intersectează diagonala *BD* în punctul *F* (figura 5). Știind că distanța de la punctul *A* la dreapta *BC* este egală cu 4,5 cm, lungimea segmentului *CF* este egală cu:
A. 1,5 cm; B. 2 cm;
C. 2,5 cm; D. 3 cm.

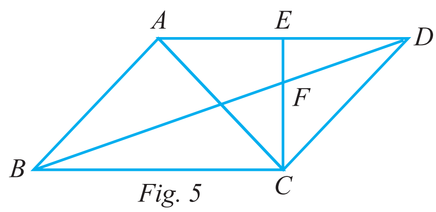


Fig. 5

4. Unește, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.
Un triunghi *ABC* are perimetrul egal cu 15 cm, *AB* = 4 cm și *BC* = = 6 cm. Paralelele prin vârfurile triunghiului la laturile acestuia se intersectează două câte două în punctele *A'*, *B'* și *C'* (figura 6). Dacă se notează cu $\mathscr{P}'$ perimetrul triunghiului *A'B'C'*, atunci:

a) *A'B'* =	1) 12 cm;
b) *B'C'* =	2) 8 cm;
c) *A'C'* =	3) 10 cm;
d) $\mathscr{P}'$ =	4) 15 cm;
	5) 30 cm.

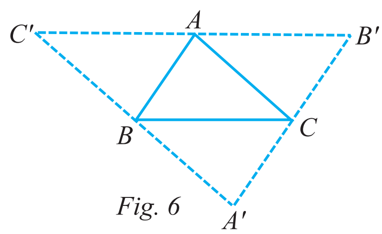


Fig. 6

5. Completează spațiul punctat cu răspunsul corect.
Centrul de greutate al unui triunghi este punctul de intersecție a … triunghiului.

📖 FIXEAZĂ!

6. Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA ale unui patrulater $ABCD$ (figura 7), demonstrează că:

a) $MQ \parallel BD$; b) $MNPQ$ este paralelogram.

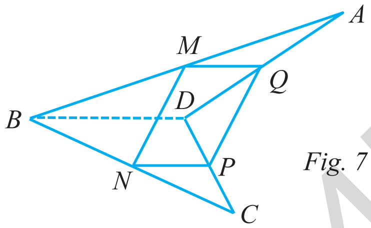
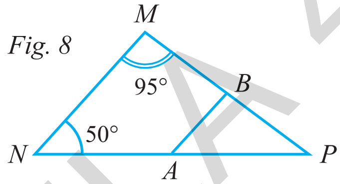


Fig. 7

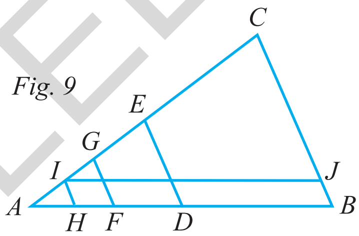
7. În triunghiul MNP, punctele A și B sunt mijloacele laturile NP și MP (figura 8). Știind că $\sphericalangle N = 50°$, $\sphericalangle M = 95°$ și $MN = 6$ cm calculează:

a) lungimea segmentului AB;
b) măsura unghiului ABP;
c) măsura unghiului APB.

Fig. 8


8. Se consideră punctele D, F, H, respectiv E, G, I aparținând laturilor AB, respectiv AC ale triunghiului ABC, astfel încât DE este linie mijlocie pentru triunghiul ABC, FG este linie mijlocie pentru triunghiul ADE, iar HI este linie mijlocie pentru triunghiul AFG. Prin I se duce paralela la dreapta AB care intersectează BC în J (figura 9). Demonstrează că:

a) $IH \parallel BC$; b) $BJ = \frac{1}{8}BC$.

Fig. 9


📖 FII CAMPION!

9. Într-un triunghi MNP, SR este linia mijlocie determinată de mijloacele laturilor MN și MP. Demonstrează că punctul de intersecție a segmentului SR cu mediana MM' este mijlocul segmentelor SR și MM'.

10. Demonstrează că:

a) două dintre medianele unui triunghi sunt concurente;
b) medianele unui triunghi sunt concurente într-un punct situat pe fiecare mediană la două treimi de vârf și o treime de bază.

Aplicație:
Se consideră un triunghi $A'B'C'$ și punctele A, B, C, astfel încât $B'A'C'A$, $A'B'C'B$ și $B'C'A'C$ să fie paralelograme (figura 10). Se spune că triunghiul ABC este *complementul triunghiului* $A'B'C'$. Demonstrează că:

c) mediatoarele laturilor unui triunghi sunt concurente;
d) înălțimile $A'D$, $B'E$ și $C'F$ ale triunghiului $A'B'C'$ sunt concurente.

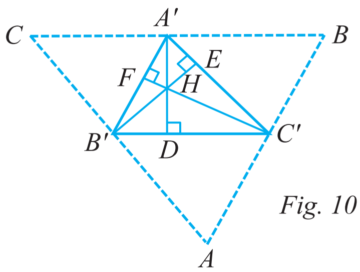
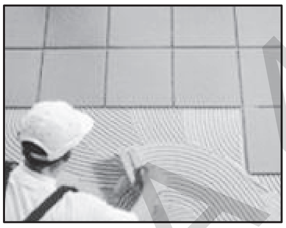


Fig. 10

Lecţia 9. Perimetre şi arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez



Cu noțiunile de *suprafață*, *perimetru* și *arie* am fost familiarizați în mod intuitiv, încă din clasele mici. Astfel am învățat că aria permite compararea unor suprafețe, în sensul de a stabili dacă o suprafață este mai mare decât alta. De asemenea, am învățat să calculăm ariile unor suprafețe. În cele ce urmează, vom defini noțiunea de *suprafață poligonală* și de *arie a unei suprafețe poligonale* și vom învăța să calculăm perimetrele și ariile unor suprafețe poligonale.

I. SUPRAFEȚE POLIGONALE

Despre un punct care aparține interiorului oricărui unghi al unui triunghi, spunem că este *punct interior triunghiului*.

În figura 1, punctul M este punct interior triunghiului ABC, iar punctele N și P nu sunt puncte interioare acestui triunghi.

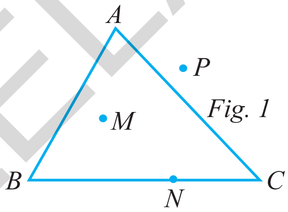


Fig. 1

Mulțimea tuturor punctelor interioare unui triunghi formează *interiorul triunghiului.*

În figura 2 sunt reprezentate *punctele necoliniare A*, *B*, *C*. În figura 3 este reprezentat *triunghiul ABC* determinat de punctele A, B și C (reuniunea segmentelor AB, BC, CA), iar în figura 4 este reprezentată *suprafața poligonală ABC* (reuniunea triunghiului cu interiorul său).

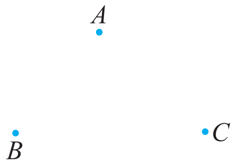


Fig. 2

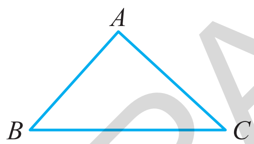


Fig. 3

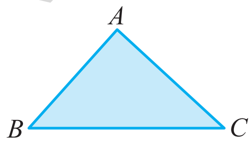


Fig. 4

Reţine!

- **Suprafața triunghiulară** este reuniunea triunghiului cu interiorul său.
- **Suprafața poligonală** este reuniunea unui număr finit de suprafețe triunghiulare cu interioarele disjuncte două câte două. Mulțimea suprafețelor triunghiulare respective constituie o **descompunere a suprafeței poligonale**.

Figura 5 ilustrează două suprafețe poligonale. Liniile poligonale din figură arată cum se descompune fiecare suprafață poligonală în suprafețe triunghiulare. Dacă $ABCD$ este un *patrulater convex* (figura 6), atunci el determină *suprafața patrulateră convexă ABCD* (figura 7).

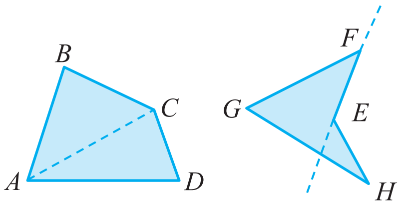


Fig. 5

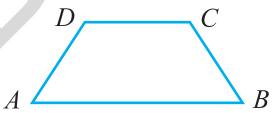


Fig. 6

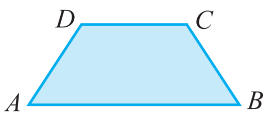


Fig. 7

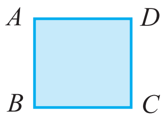


Fig. 8

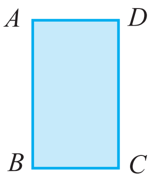


Fig. 9

Dacă patrulaterul convex este un pătrat, atunci suprafața patrulateră convexă se numește *suprafață pătrată* (figura 8), iar dacă patrulaterul convex este un dreptunghi, atunci suprafața patrulateră se numește *suprafață dreptunghiulară* (figura 9).

Suma lungimilor laturilor unui triunghi este *perimetrul* triunghiului. Suma lungimilor laturilor unui patrulater este *perimetrul* patrulaterului.

II. ARIA UNEI SUPRAFEȚE POLIGONALE

Pentru a putea fi comparate, suprafețele poligonale se măsoară. În mod obișnuit, unitatea de măsură este *metrul pătrat* (m^2). Se utilizează însă și *multiplii*, respectiv *submultiplii* metrului pătrat (km^2, hm^2, dam^2, dm^2, cm^2, mm^2). Unitatea de măsură pentru suprafețe rezultă din unitatea de măsură pentru distanțe (lungimi). De aceea, dacă, de exemplu, distanțele se măsoară în centimetri, suprafața se va măsura în centimetri pătrați și așa mai departe.

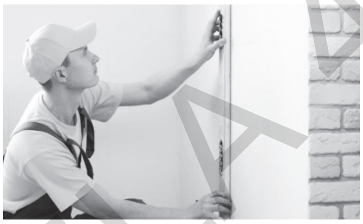


Figura 10 ilustrează o unitate de măsură pentru distanță (1 cm) și unitatea de măsură corespunzătoare pentru suprafață (1 cm^2).

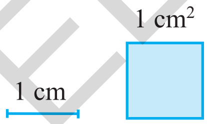


Fig. 10

Folosind unitatea de măsură, *fiecărei suprafețe poligonale i se asociază un număr pozitiv unic*, care arată câte unități de măsură are suprafața respectivă. Acel număr se numește *aria suprafeței poligonale*.

Dacă S este o suprafață poligonală, atunci aria ei se notează cu $\mathcal{A}(S)$ sau $\mathcal{A}_S$. De exemplu, figura 11 ilustrează unitatea de măsură fixată – cm^2 (în stânga) și o suprafață poligonală S (în dreapta). Se vede că S are 3 unități de măsură, deci aria suprafeței S, măsurată în cm^2, este 3, adică $\mathcal{A}(S) = 3$. Dacă dorim să punem în evidență unitatea de măsură fixată, vom scrie $\mathcal{A}(S) = 3\ cm^2$ și ne exprimăm astfel: „aria suprafeței S este de 3 cm^2”. Vom accepta următoarele *proprietăți ale ariei*, evidente din punct de vedere intuitiv:

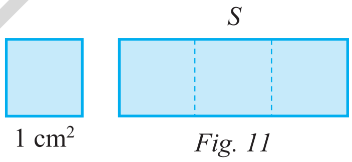


Fig. 11

- dacă două triunghiuri sunt congruente, atunci ariile suprafețelor triunghiulare determinate de ele sunt egale;
- dacă o suprafață poligonală S se descompune în suprafețe poligonale (figura 12), cu interioarele S_1 și S_2 disjuncte, atunci:
  - $\mathcal{A}(S) = \mathcal{A}(S_1) + \mathcal{A}(S_2)$;
  - aria suprafeței pătrate este pătratul lungimii laturii sale.

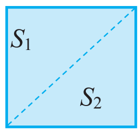


Fig. 12

Observație:

În continuare, vom spune pe scurt, „aria pătratului”, „aria dreptunghiului”, „aria triunghiului” etc. și vom subînțelege că este vorba de aria suprafeței corespunzătoare. Activitățile de învățare imediat următoare au drept țintă *formule de calcul ale ariilor unor suprafețe*.

1. Aria pătratului

- *Aria unui pătrat este egală cu pătratul lungimii laturii sale.*

Reformulare (figura 13):

Ipoteza: ABCD este pătrat;

Concluzia: $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2$.

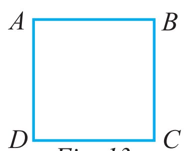


Fig. 13

2. Aria dreptunghiului

- *Aria unui dreptunghi este egală cu produsul lungimilor a două laturi consecutive.*

Reformulare (figura 14):

Ipoteza: ABCD este dreptunghi;

Concluzia: $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC$.

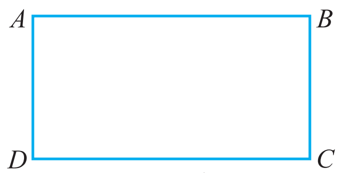


Fig. 14

3. Aria triunghiului dreptunghic

- *Aria unui triunghi dreptunghic este egală cu jumătate din produsul lungimilor catetelor.*

Reformulare (figura 15):

Ipoteza: $AB \perp AC$;

Concluzia: $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

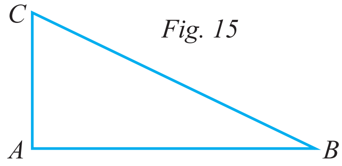


Fig. 15

4. Aria triunghiului oarecare

- *Aria unui triunghi este egală cu jumătate din produsul lungimii unei laturi cu lungimea înălțimii corespunzătoare.*

Reformulare (figura 16):

Ipoteză: $CD \perp AB$;

Concluzie: $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD$.

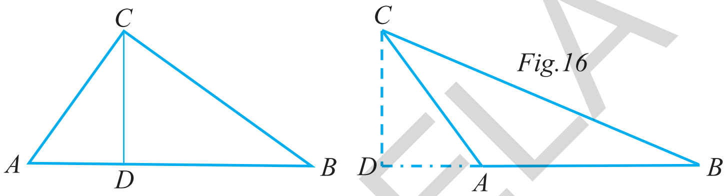


Fig.16

5. Aria paralelogramului

- *Înălțimea unui paralelogram* este segmentul determinat de un vârf al paralelogramului și piciorul perpendicularei din acel vârf pe dreapta determinată de latura opusă vârfului.

Latura care conține piciorul înălțimii se numește *baza paralelogramului corespunzătoare înălțimii.*

- *Aria unui paralelogram este egală cu produsul dintre înălțime și baza corespunzătoare înălțimii.*

Reformulare (figura 17):

Ipoteza: $ABCD$ este paralelogram;

AA' este înălțime;

Concluzie: $\mathcal{A}_{ABCD} = AA' \cdot CD$.

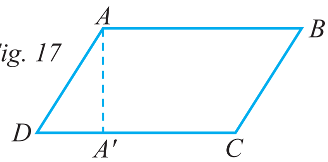


Fig. 17

6. Aria rombului

- *Aria unui romb este egală cu semiprodusul lungimilor diagonalelor.*

Reformulare (figura 18):

Ipoteza: $ABCD$ este romb;

AC și BD sunt diagonalele rombului;

Concluzie: $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$.

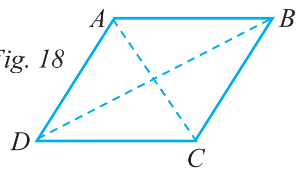


Fig. 18

7. Aria trapezului

- *Înălțimea unui trapez* este segmentul determinat de un vârf al trapezului și piciorul perpendicularei din acel vârf pe dreapta determinată de baza opusă vârfului respectiv.

- *Aria unui trapez este egală cu produsul dintre semisuma lungimilor bazelor și înălțime.*

Reformulare (figura 19):

Ipoteza: $ABCD$ este trapez;

AA' este înălțime;

Concluzie: $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AB + DC}{2} \cdot AA'$.

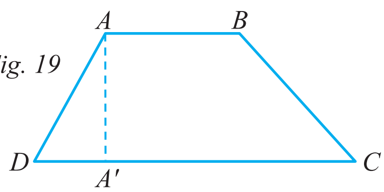


Fig. 19

III. PERIMETRE

Ne amintim

- Suma lungimilor laturilor unui triunghi reprezintă *perimetrul triunghiului.*
- Suma lungimilor laturilor unui patrulater reprezintă *perimetrul patrulaterului.*

1. Perimetrul triunghiului

Pentru un triunghi ABC (figura 20), notând $AB = c$, $BC = a$ și $AC = b$, perimetrul acestuia este $\mathscr{P} = a + b + c$.

În rezolvarea unor probleme se întâlnește adesea noțiunea de *semiperimetru*, care se notează cu p și se definește astfel $p = \frac{1}{2}\mathscr{P}$. Pentru triunghiul ABC, $p = \dfrac{a+b+c}{2}$.

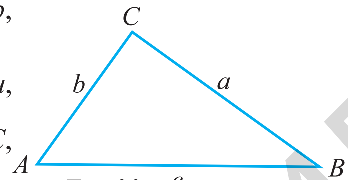


Fig. 20

2. Perimetrul paralelogramului

Pentru un paralelogram $ABCD$ (figura 21), deoarece laturile opuse sunt congruente, notând $AB = L$, $BC = l$ rezultă $\mathscr{P} = 2(L + l)$ și $p = L + l$.

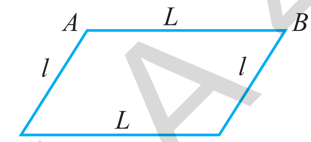


Fig. 21

3. Perimetrul dreptunghiului

Pentru un dreptunghi $ABCD$ (figura 22), deoarece laturile opuse sunt congruente, notând $AB = L$, $BC = l$ rezultă $\mathscr{P} = 2(L + l)$ și $p = L + l$.

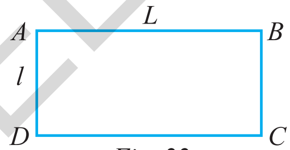


Fig. 22

4. Perimetrul rombului

Pentru un romb $ABCD$ (figura 23), deoarece toate laturile sunt congruente, notând lungimea unei laturi cu l rezultă $\mathscr{P} = 4l$ și $p = 2l$.

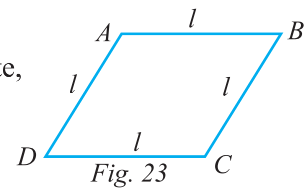


Fig. 23

5. Perimetrul pătratului

Pentru un pătrat $ABCD$ (figura 24), deoarece toate laturile sunt congruente, notând lungimea unei laturi cu l rezultă $\mathscr{P} = 4l$ și $p = 2l$.

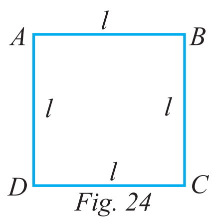


Fig. 24

EXERSEAZĂ!

1. Dacă apreciezi că afirmația este adevărată, încercuiește litera A. În caz contrar, încercuiește litera F.

a) O suprafață poligonală este o mulțime de puncte. A F

b) O suprafață poligonală este un număr. A F

c) Aria unei suprafețe poligonale este un număr care exprimă câte unități de măsură are suprafața respectivă. A F

d) Noțiunile geometrice *arie* și *suprafață* sunt sinonime (au același înțeles). A F

e) Două poligoane care au aceeași arie au perimetrele egale. A F

2. Încercuiește litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

În figura 1, $MR = 2$ m și $RQ = 5$ m, iar dreptunghiurile $ABCD$, $MNPQ$, respectiv $MNTR$ determină trei suprafețe dreptunghiulare, notate cu S_1, S_2, respectiv S_3. Dacă $\mathscr{A}(S_1) = 40$ m^2, iar $\mathscr{A}(S_2) = 21$ m^2, atunci aria suprafeței poligonale $ABCTPQRD$ este egală cu:

A. 61 m^2; B. 55 m^2;
C. 64 m^2; D. 67 m^2.

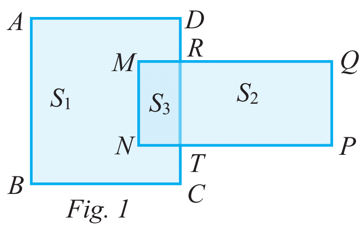


Fig. 1

CUPRINS