

Ce înseamnă a măsura?

Cât măsoară coasta Bretaniei

Acum douăzeci de ani, matematicianul Mandelbrot introducea în unul dintre capitolele cărții sale despre *Obiectele fractale*, o întrebare foarte simplă la care se dădea un răspuns paradoxal: cât măsoară coasta Bretaniei? Este evident că, dacă susnumita coastă era dreaptă, problema lungimii sale ar fi fost repede rezolvată; în realitate, ea este întortocheată prin tot felul de capete, golfuri, estuare, pârâie și forme neregulate ale stâncilor care fac problematică măsurarea. O fac atât de problematică încât ne întrebăm unde să ne oprim în luarea în considerare a unduleurilor. Ajuns la crăpăturile stâncilor care mărginesc Bretania, trebuia să ne întrebăm din nou dacă aceste crăpături nu au altele, astfel că decupajul nedefinit de crăpături în crăpături nu conduce la aprecierea finală a lui Mandelbrot, conform căreia lungimea pe care o căutăm „este atât de mare încât se poate, fără un inconvenient practic, să o considerăm ca

fiind infinită²¹”. Bineînțeles, pentru petrolierul care trece în largul coastelor – subliniem pluralul care indică faptul că litoralul nu este o linie simplă - , această distanță nu este infinită; ea nu este nici pentru năvodarul pescarilor care poate urmări în detaliu coasta. Am putea-o găsi mai lungă dintr-o barcă; un constructor care ar merge de-a lungul coastelor în mod scrupulos, o va găsi și mai lungă, iar ea va fi încă și mai lungă dacă este măsurată de piciorușele unei furnici care, ieșită dintr-o fabulă de La Fontaine, s-ar decide să facă turul Britaniei. Putem mereu să coborâm spre infinitul mic și Mandelbrot ar avea dreptate.

Trebuie să înțelegem implicația acestei remarci stranii, care pare atât de puțin încurajatoare pentru discursul nostru cu privire la măsurare. Am putea înțelege că ceea ce este spus despre coasta Britaniei ar putea fi spus despre orice obiect real, care este, la o primă vedere, drept și regulat. Pornind de la care detaliu am putea să decidem să coborâm în fractal și să ne oprim din măsurat? Ce putem măsura? Se pare că actul de a dori să măsoari dizolvă obiectul de măsurat, îl scapă printre degete, chiar dacă se dorește ca măsurarea să fie fidelă intenției de a fi riguroși. Ambiția de a pătrunde în profunzimile obiectului pentru a face obiectiv măsurarea, este cel mai sigur mijloc de a face pierdut obiectul respectiv.

Mai mult: argumentele pe care tocmai le-am expus contra obiectului, datorită aceluiași rațiuni, se pot întoarce împotriva instrumentului de măsură, fie că este vorba despre un metru, o balanță, o greutate, un pas al unui călător sau un pas de furnică. Cum aplicăm acest instrument de măsură? Este acesta stabil? Este

²¹ B. Mandelbrot, *Les objets fractals*, Flammarion, coll. „Champs”, Paris 1995, p. 20.

clar că aceeași specie a spiritului riguros care prezidează măsurile pe care le-am visa ideale, distruge la fel de sigur instrumentul sau organul de măsură precum și obiectul suspus măsurării.

Măsură și utilitarism

Totuși, în acest univers de disoluție în care ne aruncă ideea însăși de măsurare, există un aspect care pare să ne scoată din necaz, sau care cel puțin care, printr-o altă acțiune, nu amplifică dezorientarea noastră. Căpitanul petrolierului din larg nu-și face griji pentru capuri, golfuri și promontorii – nu atât de mult precum rezidenții malurilor – singurele distanțe care-l interesează sunt liniile drepte; omul care se plimbă e lăsat să-și bată capul cu aceste linii drepte, iar furnica plimbăreață n-are decât să meargă în pas de plimbare. Ideea este următoarea: în ciuda iluziei în fața căreia suntem imediat înșelați, că obiectele au, intrinsec, o măsură pe care dorim să o aflăm, aceasta nu e niciodată separabilă de un anumit raport care se stabilește între lucrul de măsurat și utilizatorul său ce urmărește scopuri personale. Spune-mi cum intenționezi să utilizezi lucrurile și îți voi spune de ce măsură ai nevoie, adică îți voi spune care sunt lungimea, greutatea, viteza lucrului de care dorești să te servești. Altfel spus, ceea ce măsurăm nu este niciodată lucrul în sine, cu toate că avem iluzia că am face asta, ci lucrul în felul cum ne raportăm la el în practică sau în intențiile noastre. Ceea ce măsurăm este un obiect artificial, fără îndoială obținut pornind de la obiectul de plecare, dar de la un obiect care nu își are propriul ordin de mărime, consistența sa, plauzibilitatea sa măsurabilă, decât în funcție de nevoi, interese, utilitatea sa pentru noi.

Prin intermediul acestuia suntem pe cale să oprim disoluția obiectului și a celui ceva cu care măsurăm, a instrumentului sau organului de măsură. Măsura este un raport, nu doar a unui lucru cu alt lucru, ci un raport de obiecte obținute pornind de la aceste lucruri, în funcție de interesele noastre, adică de ceea ce căutăm în ele. Ne găsim astfel în fața unei alte serii de dificultăți, puțin alăturate celor precedente: dacă măsurarea unui obiect depinde de interesele noastre, de valoarea pe care i-o acordăm obiectului măsurat, nu vom obține valori pe care ne-am aștepta noi să le obținem și nu am pierde astfel orice obiectivitate a măsurării? Cu toții știm faimosul fragment din *Cugetările* lui Pascal contra evaluării subiective a timpului:

Cei care judecă o lucrare fără nicio regulă sunt, în ochii celorlalți, precum cei care nu au ceas față de ceilalți. Unul spune: „Este ora două”. Altul spune: „Nu sunt decât trei sferturi de oră”. Mă uit la ceas și spun cuiva: „Va plictisiți”; iar altuia: „Timpul nu vă mai ajunge, căci este ora unu și jumătate”. Și râd de cei care-mi spun că timpul mă poartă, și că îl iau în calcul fantezist; ei nu știu că îl judec cu ajutorul ceasului meu”²².

Pascal spune aici cât se poate de simplu că măsura permite să trasăm litigiile ocazionate de impresiile subiective: lectura termometrului va soluționa eventualele dezacorduri asupra aprecierii temperaturilor; cea a barometrului va discredita senzațiile inegale de presiune, așa cum ceasul îi permite lui Pascal să decidă dacă se vorbește de mult sau puțin timp. Adesea a fost prezentat actul măsurării ca fiind caracteristic științei și susceptibil

²² *Pensées*, Brunschvicg, fragm. 5. (Vom folosi de acum înainte abrevierea B, 5).

pentru a pune capăt fluctuațiilor care rezultă din senzație, dorință, utilitate. Or, așa cum știința este mai mult de partea problemelor decât de partea rezolvării lor, măsurările sunt ele însele mai mult de partea problemelor care nu rezolvă situații conflictuale sau ambigue decât de partea unei dinamici care, la rândul său, pune alte probleme. **Măsura este întotdeauna problematică**, fie că este din punct de vedere al obiectului său, al finalității sale, al mijloacelor utilizate pentru a o realiza, fie din punctul de vedere al celui care măsoară. Orice măsurare este aproximativă, nu doar pentru că este greu să se identifice ceea ce măsurăm, nu doar pentru că, așa cum spune Pascal, „instrumentele noastre sunt prea spumoase” (B, 82) și nu ne oferă decât valori apropiate; nu doar pentru că nu știm niciodată ce intenție sau ce dorință, individuală sau colectivă, ne satisface atunci când măsurăm, ci pentru că, și poate acest lucru este fundamental, mintea noastră (sau corpul) care măsoară, pare doar să se servească de lucruri, pretinde că le măsoară, când, de fapt, se măsoară pe sine cu ajutorul obiectelor care se interpun. Măsura este la fel de mult o reflecție căreia îi este greu să-i fie asociate reguli ca determinare.

Poate că se va spune că, dacă mintea care măsoară nu face decât să se disimuleze în spatele lucrurilor pe care nu le măsoară în realitate niciodată, dacă măsura ratează să fie o reprezentare a lucrurilor și, de fapt este o activitate *sui generis*, care se caracterizează prin exigențe intrinseci, mai bine să renunțăm la toate măsurătorile sau să le utilizăm cu un scepticism de nezdruncinat. Totuși, exact contrariul este adevărat: anume că obiectul măsurării este cel problematic, că nu putem niciodată construi instrumente ideale, nici chiar în matematică, iar acest lucru creează desigur dificultăți, dar nu este vorba aici în niciun caz de argumente decisive contra acțiunii de a măsura. Dacă

orice măsurare este aproximativă, chiar și cele din matematică, caracterizate totuși în mod just drept riguroase, trebuie să avem grijă să nu tragem concluzii sceptice. Dacă nu poate obține din partea obiectului precizia pe care o caută, matematicianul poate încă să stabilească în mod riguros această aproximare: poate spune cu siguranță cu care grad de certitudine se poate atribui o măsură unui obiect, necesar aproximativă. Că o măsură este aproximativă prin fiecare dintre parametrii care o constituie, acest lucru nu ne permite să admitem un argument contra ei: o măsură este necesar o punere în tensiune a constituentilor imperfecti și eterogeni. Dar această punere în tensiune care conduce la o aproximare poate face obiectul unei judecăți riguroase. Dacă există o aproximare a măsurătorilor, invincibilă în fața oricărui dogmatism, există și o rigoare a aproximărilor, invincibilă în fața oricărui pyrrhonism.

Astfel, vom descoperi un ultim paradox: în ciuda opiniei curente că doar întinderea și lucrurile materiale se lasă măsurate²³, măsurăm și în psihologie²⁴; mai degrabă mintea este cea care, în ultimă instanță, și sub masca întinderii și lucrurilor materiale, se măsoară pe sine sau apreciază în mod riguros măsurile care par făcute în afara sa. Pentru a stabili acest paradox, trebuie să începem prin a prezenta logica actelor de a măsura care, în ciuda mării diversități a obiectelor măsurabile, nu constituie mai puțin un fel de cod față de care se vede constrâns cel care vrea să enunțe judecăți precum „acest individ are o tensiune arterială

²³ „Face parte din esența lucrurilor spiritului de a nu fi compatibile cu măsura”, spune Bergson în *L'énergie spirituelle*, în *Œuvres*, Paris, PUF 1970, p. 868.

²⁴ Carnap subliniază foarte bine acest lucru în *Fondements philosophiques de la physique*, Paris, Armand Colin 1973, p. 102.

Cuprins

Prefață	5
Introducere	17
Filosofie și matematică.....	17
Un demers „în vecinătatea” textelor matematice.....	20
„Sensul problemei”.....	22
O utilizare duplicitară a epistemologiei.....	24
Idealul lui Laplace și idealul lui Galois.....	27
Interesul pentru filosof de a citi matematică pentru a-și corecta câteva idei preconcepute.....	28
Ce înseamnă a măsura?	33
Cât măsoară coasta Breitaniei.....	33
Măsură și utilitarism.....	35
1. Condițiile logice ale măsurii.....	39
1.1. <i>Reguli de măsurare a lungimilor, greutateților și temperaturilor</i>	39
1.2. <i>Numerele iraționale</i>	43
1.3 <i>Bulversarea calculului infinitezimal</i>	45

1.4 Adevărul măsurătorilor se descoperă sau se decide?....	49
2. Măsurarea timpului, condiție pentru alte măsurători.....	50
2.1 Aparenta diferență între măsurarea timpului și măsurarea obiectelor spațiale.....	51
2.2 Încercare a unei treceri spre măsurătorile empirice.....	54
3. Iluziile măsurii.....	56
3.1 Ideea unui repertoriu.....	56
3.2 Principiu al iluziilor.....	58
3.3 Argumentul lui Kant contra logicii probabilităților.....	59
4. Regula lui Bayes.....	61
4.1 În căutarea unei aproximări riguroase.....	61
4.2 În ce sens șansa este subiectivă?.....	62
4.3 Interesul problemei lui Bayes.....	63
4.4 Inseparabilitatea valorii de adevăr în raport cu alte valori.....	65
5. Concluzii	66
Rigoarea unui text matematic.....	71
1. Rigoarea nu ține de apanajul exclusiv al matematicienilor.....	72
1.1 Varietatea utilizărilor noțiunii de rigoare.....	73
1.2 Rigoarea nu este adevăr.....	74
1.3 Legătura dintre rigoare și judecată.....	75
1.4 Rigoarea este o reflecție și un scrupul.....	78
2. Prelucrarea rigorii într-un „avertisment” pascalian.....	81
2.1. Examenul celor două drepturi pe care Pascal caută să și le acorde.....	82

2.2. <i>Fragment dintr-un text al „Avertismentului”</i>	83
2.3 <i>Modificarea concepției de egalitate</i>	84
2.4 <i>Modificările sensului definițiilor, axiomelor și principiiilor</i>	86
3. Problema rigorii în Analistul lui Berkeley.....	89
3.1 <i>Critica noțiunilor de calcul</i>	90
3.2 <i>Critica metodelor calculului, din perspectivă geometrică și algebrică</i>	92
4. Concluzii.....	96
Spațiul	99
Aristotelism și galileism.....	99
1. Concepția aristoteliciană a spațiului și destinul său în epoca modernă.....	101
1.1 <i>Teoria locului după Aristotel</i>	101
1.2 <i>Spațiul unei matematizări a lumii sensibile</i>	104
1.3 <i>Falsa antinomie a aristotelismului și galileismului</i>	106
2. Sub anumite aspecte, fenomenologia este o urmașă a aristotelismului.....	108
2.1 <i>Demersul lui E. Minkowski</i>	108
2.2 <i>Pe cât se pare, concepția leibniziană a spațiului este mai puțin contradictorie față de concepția numită „empiristă”</i>	111
2.3 <i>Hume și Leibnitz sunt de acord cu privire la statutul „ficțional” al spațiului</i>	113
3. Proiectul leibnizian al lui <i>analys situs</i>	114
4. Proiectul Construcției logice a lumii al lui Carnap.....	118
4.1 <i>Traducerea § 126 din Der logische Aufbau der Welt</i>	119

<i>Construcție a spațiului</i>	119
<i>4.2 Caracteristicile Construcției lui Carnap</i>	126
<i>4.3 Problema articulării spațiilor</i>	127
<i>4.4 Invenția formală și experiența</i>	128
5. Concluzii.....	129
Probabilitățile matematice	131
1. Originea probabilităților matematice.....	131
<i>1.1 Problema pusă și rezolvată de Pacioli</i>	132
<i>1.2 Soluția lui Tartaglia</i>	134
<i>1.3 Problema pusă de Cardan și rezolvată de Pascal</i>	136
2. Comentariu cu privire la pozițiile problematice și a soluțiilor precedente.....	144
<i>2.1 Există moduri diferite de adevăruri matematice</i>	144
<i>2.2 Noțiunea de „soluție”</i>	147
<i>2.3 Nu există decât matematică judecată</i>	151
<i>2.4 Matematica își joacă propriul joc deși este legată de alte valori</i>	152
<i>2.5 Se poate de acum încolo să încercăm o generalizare a rezultatelor</i>	154
3. Prin ce fel de filosofie se ține mai bine seama de calculul probabilistic?.....	159
<i>3.1 Limitele la care se supune o filosofie transcendențială în stil kantian în reducerea sa la noțiunea de probabilitate</i>	159
<i>3.2 Hume, filosof al probabilităților</i>	161
Probabilitatea șanselor și probabilitatea cauzelor.....	161
Probabilitatea obiectivă și probabilitatea subiectivă.....	162

Eroarea lui Hume.....	164
Cunoaștere, dovadă, probabilitate.....	166
Legilenaturii.....	167
4. Concluzii.....	168
Concluzie generală.....	170
Insuficiența gândirii transcendente clasice.....	171
Analiza humeiană.....	173
Prima reflecție inspirată de remarca humeiană.....	174
A doua reflecție inspirată de remarca humeiană.....	176
Importanța punctului de vedere al lui Bentham asupra matematicii.....	177
Judecata lui Berkeley despre știința timpului său. Metaforele rațiunii.....	180
Minte și spațialitate.....	181
Este posibilă o utilizare epistemologică a teoriei ficțiunilor?.....	182
Bibliografie.....	185