

DANIELA CĂPRIOARĂ

**PREDAREA ȘI ÎNVĂȚAREA
MATEMATICII**

- *STUDIUL OBSTACOLELOR ȘI AL ERORILOR* -



**EDITURA UNIVERSITARĂ
București**

Referenți științifici: Prof. univ. dr. Ioan Neacșu

Redactor: Gheorghe Iovan
Tehnoredactor: Ameluța Vișan
Coperta: Angelica Mălăescu

Editură recunoscută de Consiliul Național al Cercetării Științifice (C.N.C.S.)

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
CĂPRIOARĂ, DANIELA

Predarea și învățarea matematicii : studiul obstacolelor și al erorilor / Daniela Căprioară. - București : Editura Universitară, 2011
Bibliogr.
ISBN 978-606-591-341-7

371:51

DOI (Digital Object Identifier): 10.5682/9786065913417

© Toate drepturile asupra acestei lucrări sunt rezervate, nicio parte din această lucrare nu poate fi copiată fără acordul Editurii Universitare

Copyright © 2011
Editura Universitară
Director: Vasile Muscalu
B-dul. N. Bălcescu nr. 27-33, Sector 1, București
Tel.: 021 – 315.32.47 / 319.67.27
www.editurauniversitara.ro
e-mail: redactia@editurauniversitara.ro

Distribuție: tel.: 021-315.32.47 / 319.67.27 / 0744 EDITOR / 07217 CARTE
comenzi@editurauniversitara.ro
O.P. 15, C.P. 35, București
www.editurauniversitara.ro

*Fiiței mele, Diana,
cu toată dragostea și recunoștința*

CUPRINS

<i>Lista tabelelor</i>	7
<i>Lista figurilor</i>	11
PREFAȚĂ	15
INTRODUCERE	21
I. DIDACTICA ȘTIINȚELOR. SUCCINTĂ ANALIZĂ TEORETICĂ	26
I.1. Didactica generală între tradițional și modern. De la didactica generală la didactica științelor	26
I.2. Orientări și tendințe actuale în didactica matematicii	29
II. PROBLEMATICA OBSTACOLELOR ȘI A ERORILOR ÎN DIDACTICA MATEMATICII	33
II.1. Stadiul actual al cercetărilor în câmpul problematicei obstacolelor și a erorilor în didactica matematicii	33
II.2. Raportul dintre obstacole și erori în abordările didactice	35
II.3. Obstacole și tipologia obstacolelor specifice contextului didactic matematic	36
II.4. Erori. Perspectiva didacticii asupra erorii. Taxonomii specifice	40
II.5. Tratarea didactică a obstacolelor și a erorilor	48
II.6. Riscuri ale non-intervenției didactice în identificarea și tratarea pedagogică a erorilor	52
III. METODOLOGIA CERCETĂRII EMPIRICE	56
III.1. Scopul și obiectivele cercetării	56
III.2. Variabilele cercetării – statut și operaționalizare	58
III.3. Ipotezele cercetării – axa în jurul căreia se articulează componentele demersului investigativ	60
III.4. Spectrul metodelor de cercetare	61

III.4.1. Observația	62
III.4.2. Analiza documentelor curriculare	63
III.4.3. Cercetarea produselor elevilor. Studiu de caz	67
III.4.4. Focus-grupul	77
III.4.5. Experimentul didactic	78
III.4.6. Ancheta pe bază de chestionar	81
III.5. Eșantionul de cercetare	82
III.6. Graficul desfășurării activităților de cercetare	87
III.7. Limitele și dificultățile demersului de cercetare	88
IV. REZULTATE ȘI INTERPRETĂRI	90
IV.1. Analiza curriculară: gradul de reprezentativitate al aplicațiilor în practică pentru matematica de gimnaziu	90
IV.2. Continuitate și discontinuitate la nivelul curriculumului matematic	121
IV.3. Motivația elevilor pentru învățarea matematicii de gimnaziu	133
IV.4. Strategii de predare a matematicii în gimnaziu	152
IV.5. Strategii de învățare a matematicii în gimnaziu	169
IV.6. Strategii de evaluare a învățării matematicii în gimnaziu	189
IV.7. Performanțele elevilor în învățarea matematicii	197
IV.8. Statutul erorilor în învățare, în concepția elevilor	214
IV.9. Statutul erorilor în învățare, în concepția cadrelor didactice	221
IV.10. Obstacole și erori întâlnite în învățarea matematicii în gimnaziu	235
CONCLUZII FINALE ȘI RECOMANDĂRI	257
BIBLIOGRAFIE	265

Lista tabelor

III.1.	<i>Fișa de observație și înregistrare a erorilor/greșelilor</i>	63
III.2.	<i>Grila de cercetare a manualelor școlare</i>	67
III.3.	<i>Alcătuirea eșantionului cuprins în studiul de caz</i>	68
III.4.	<i>Diagrama Gantt a desfășurării activităților de cercetare</i>	87
III.5.	<i>Coreșpondența dintre variabile și metodele de cercetare</i>	88
IV.1.	<i>Analiza curriculară: Manual de matematică pentru clasa a V-a</i>	91
IV.2.	<i>Analiza curriculară: Manual de matematică pentru clasa a VI-a</i>	96
IV.3.	<i>Analiza curriculară: Manual de matematică pentru clasa a VII-a</i>	103
IV.4.	<i>Analiza curriculară: Manual de matematică pentru clasa a VIII-a</i>	110
IV.5.	<i>Gradele de reprezentativitate pentru aplicațiile practice pe domenii ale matematicii și pe clase</i>	115
IV.6.	<i>Indicii statistici pentru „aplicarea practică a cunoștințelor de matematică”</i>	119
IV.7.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „aplicarea practică a cunoștințelor matematice”</i>	120
IV.8.	<i>Cunoștințe de bază pentru formarea noțiunii de interval de numere reale</i>	125
IV.9.	<i>Indicii statistici pentru „continuitate și discontinuitate la nivelul curriculum-ului matematic”</i>	127
IV.10.	<i>Corelația între „rezultatele elevilor la matematică” și „realizarea conexiunilor între cunoștințe”</i>	129
IV.11.	<i>Corelația între „rezultatele elevilor la matematică” și „evidențierea legăturilor între cunoștințe”</i>	130
IV.12.	<i>Indicii statistici privind „motivele pentru care elevii învață matematica”</i>	135
IV.13.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „motivele pentru care elevii învață matematica”</i>	136
IV.14.	<i>Indicii statistici privind „credițele elevilor despre învățarea matematicii”</i>	138
IV.15.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „credițele elevilor despre învățarea matematicii”</i>	139
IV.16.	<i>Corelația între „rezultatele elevilor la matematică” și „implicarea elevilor în activitatea din clasă”</i>	141
IV.17.	<i>Corelația între „rezultatele elevilor la matematică” și „implicarea elevilor în rezolvarea temei pentru acasă”</i>	143
IV.18.	<i>Corelația între „percepțiile elevilor asupra propriilor capacități de a învăța matematica” și „rezultatele elevilor la matematică”</i>	145
IV.19.	<i>Corelația între „atenția acordată matematicii” și „rezultatele elevilor la matematică”</i>	148
IV.20.	<i>Corelația între „încrederea în propriile capacități” și „atenția acordată matematicii”</i>	148

IV.21.	<i>Indicii statistici pentru „metodele didactice”</i>	156
IV.22.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „metodele didactice”</i>	157
IV.23.	<i>Indicii statistici pentru „formele de organizare a activității la matematică”</i>	158
IV.24.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „formele de organizare a activității la matematică”</i>	160
IV.25.	<i>Indicii statistici pentru „mijloace didactice folosite în ora de matematică”</i>	160
IV.26.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „mijloace didactice folosite în ora de matematică”</i>	161
IV.27.	<i>Distribuția de frecvențe pentru „tratarea diferențiată în orele de matematică”</i>	163
IV.28.	<i>Indicii statistici pentru „tratarea diferențiată în orele de matematică”</i>	163
IV.29.	<i>Tabelul frecvențelor pentru „metode folosite în rezolvarea problemelor de aritmetică”</i>	165
IV.30.	<i>Indicii statistici pentru „natura conținuturilor învățate la matematică”</i>	165
IV.31.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „natura conținuturilor învățate la matematică”</i>	166
IV.32.	<i>Indicii statistici pentru „exigențele privind modul de exprimare”</i>	167
IV.33.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „exigențele privind modul de exprimare”</i>	167
IV.34.	<i>Indicii statistici pentru „strategii de învățare a matematicii”</i>	171
IV.35.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „strategii de învățare a matematicii”</i>	174
IV.36.	<i>Indicii statistici pentru „puncte de sprijin în învățarea matematicii”</i>	176
IV.37.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „puncte de sprijin în învățarea matematicii”</i>	176
IV.38.	<i>Indicii statistici pentru „modalitățile de lucru preferate în ora de matematică”</i>	179
IV.39.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „modalitățile de lucru preferate în ora de matematică”</i>	180
IV.40.	<i>Indicii statistici pentru „intențiile elevilor de gimnaziu privind învățarea matematicii”</i>	180
IV.41.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „intențiile elevilor de gimnaziu privind învățarea matematicii”</i>	181
IV.42.	<i>Indicii statistici pentru „conexiuni între matematică și alte domenii”</i>	182
IV.43.	<i>Indicii statistici pentru „aplicații matematice preferate de elevi”</i>	184
IV.44.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „aplicații matematice preferate de elevi”</i>	185

IV.45. Indicii statistici pentru „preferința privind domeniile matematicii”	185
IV.46. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „preferințele privind domeniile matematice”	186
IV.47. Indicii statistici pentru „metode și instrumente de evaluare”	190
IV.48. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „forme și instrumente de evaluare”	192
IV.49. Indicii statistici pentru „tipologia itemilor de evaluare”	193
IV.50. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „tipologia itemilor de evaluare”	194
IV.51. Performanțele elevilor în rezolvarea subiectului II.1, subpunctul a)	199
IV.52. Performanțele elevilor în rezolvarea subiectului II.1, subpunctul b)	200
IV.53. Performanțele elevilor în rezolvarea subiectului II.2, subpunctul a)	201
IV.54. Performanțele elevilor în rezolvarea subiectului II.2, subpunctul b)	204
IV.55. Performanțele elevilor în rezolvarea subiectului II.2, subpunctul c)	207
IV.56. Indicii statistici pentru „indicatorii succesului la matematică”	210
IV.57. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „indicatorii succesului la matematică”	211
IV.58. Distribuția frecvențelor pentru „media la matematică în clasele V-VII”	211
IV.59. Distribuția frecvențelor pentru „autoaprecierea rezultatelor la matematică”	212
IV.60. Indicii statistici pentru „comportamentul elevilor în fața unui obstacol”	215
IV.61. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „comportamentul elevilor în fața obstacolelor”	217
IV.62. Indicii statistici pentru „percepția elevilor asupra obstacolelor și a erorilor în învățarea matematicii”	219
IV.63. Indicii statistici pentru „aspecte ale climatului socio-afectiv”	225
IV.64. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „aspecte ale climatului socio-afectiv”	228
IV.65. Indicii statistici pentru „dimensiuni afective ale relației profesor-elev în contextul didactic”	229
IV.66. Indicii statistici pentru „percepțiile elevilor asupra factorilor cu efect destabilizator”	240
IV.67. Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „percepțiile elevilor asupra factorilor cu efect destabilizator”	241

IV.68.	<i>Corelații între „percepția factorilor destabilizatori/anxiogeni” și „rezultatele elevilor la matematică”</i>	242
IV.69.	<i>Indicii statistici pentru „factori anxiogeni pentru elevi”</i>	243
IV.70.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „factori anxiogeni pentru elevi”</i>	243
IV.71.	<i>Indicii statistici pentru „dificultăți în înțelegerea limbajului matematic”</i>	244
IV.72.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „aspecte ale climatului socio-afectiv”</i>	245
IV.73.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „percepțiile elevilor privind dificultatea disciplinelor matematice”</i>	246
IV.74.	<i>Indicii statistici pentru „percepțiile elevilor privind dificultatea conținuturilor matematice”</i>	247
IV.75.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „percepțiile elevilor privind dificultatea conținuturilor matematice”</i>	247
IV.76.	<i>Indicii statistici pentru „atribuirea cauzală a greșelilor/erorilor în învățare”</i>	248
IV.77.	<i>Wilcoxon Signed Ranks Test pentru „atribuirea cauzală a greșelilor/erorilor în învățare”</i>	249
IV.78.	<i>Indicii statistici pentru „evaluarea inițială”, respectiv „evaluarea finală”</i>	253
IV.79.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea inițială”</i>	253
IV.80.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea finală”</i>	253
IV.81.	<i>Testul Kolmogorov-Smirnov pentru „evaluarea inițială”</i>	254
IV.82.	<i>Testul Kolmogorov-Smirnov pentru „evaluarea finală”</i>	254
IV.83.	<i>Corelație între „evaluarea inițială” și „evaluarea finală”</i>	255
IV.84.	<i>Testul t pentru „evaluarea inițială” și „evaluarea finală”</i>	255

Lista figurilor

I.1.	<i>Orientări actuale în didactica matematicii românești</i>	32
II.1.	<i>Tipologia obstacolelor (după J.-P. Astolfi, 1997)</i>	37
II.2.	<i>Procese specifice triunghiului pedagogic (după J. Houssaye, 1998)</i>	38
II.3.	<i>Construcția eronată a unei înălțimi într-un triunghi</i>	39
II.4.	<i>Modelul de analiză didactică a erorilor (după S. de la Torre de la Torre, 1993)</i>	48
II.5.	<i>Valoarea didactică a erorilor</i>	54
III.1.	<i>Componența eșantionului cuprins în studiul de caz</i>	68
III.2.	<i>Reprezentarea grafică a funcțiilor (studiul de caz)</i>	76
III.3.	<i>Componența lotului experimental</i>	80
III.4.	<i>Distribuția subiecților după tipul școlii</i>	83
III.5.	<i>Componența eșantionului după genul subiecților</i>	83
III.6.	<i>Componența eșantionului după mediul de locație al școlii</i>	83
III.7.	<i>Distribuția eșantionului după mediul școlii și genul subiecților</i>	84
III.8.	<i>Alcătuirea eșantionului după media obținută la matematică în clasele V-VII</i>	84
III.9.	<i>Distribuția eșantionului după genul subiecților și media la matematică în clasele V-VII</i>	84
IV.1.	<i>Nivelul de reprezentativitate pentru aplicațiile practice în manualul de clasa a V-a</i>	95
IV.2.	<i>Nivelul de reprezentativitate pentru aplicațiile practice în manualul de clasa a VI-a</i>	101
IV.3.	<i>Nivelul de reprezentativitate pentru aplicațiile practice în manualul de clasa a VII-a</i>	108
IV.4.	<i>Nivelul de reprezentativitate pentru aplicațiile practice în manualul de clasa a VIII-a</i>	114
IV.5.	<i>Studiu comparativ între clase, privind gradul de reprezentativitate al aplicațiilor practice</i>	116
IV.6.	<i>Studiu comparativ între domeniile matematicii, la nivel de gimnaziu, privind gradul de reprezentativitate al aplicațiilor practice</i>	117
IV.7.	<i>Evoluția principalelor concepte matematice în curriculum-ul pentru gimnaziu. Conexiuni cu ciclul primar, respectiv liceal</i>	123
IV.8.	<i>Histograma pentru „realizarea conexiunilor între cunoștințe”</i>	128
IV.9.	<i>Histograma pentru „evidențierea legăturilor între cunoștințe”</i>	129
IV.10.	<i>Histograma pentru „continuitatea cunoștințelor între ciclul primar și gimnaziu”</i>	131
IV.11.	<i>Distribuția procentelor pentru „credințele elevilor privind capacitatea de a învăța matematica”</i>	139

IV.12.	<i>Distribuția procentelor pentru „credițele elevilor privind efortul necesar pentru a învăța matematica”</i>	140
IV.13.	<i>Distribuția frecvențelor privind implicarea elevilor în rezolvarea sarcinilor în clasă</i>	141
IV.14.	<i>Distribuția frecvențelor privind implicarea elevilor în rezolvarea temei pentru acasă</i>	142
IV.15.	<i>Comparație între „implicarea elevilor în activitatea din clasă” și „implicarea elevilor în rezolvarea temei pentru acasă”</i>	143
IV.16.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „percepțiile elevilor asupra propriilor capacități de a învăța matematica”</i>	144
IV.17.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „percepția elevilor asupra dificultății matematicii”</i>	146
IV.18.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „atenția acordată matematicii”</i>	147
IV.19.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „perseverența în realizarea sarcinilor”</i>	149
IV.20.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „capacitatea elevilor de a rezolva singuri sarcinile matematice”</i>	150
IV.21.	<i>Histograma pentru „utilizarea metodei explicației”</i>	156
IV.22.	<i>Histograma pentru „lucrul individual, pe caiet”</i>	159
IV.23.	<i>Histograma pentru „lucrul individual, pe fișe de lucru”</i>	159
IV.24.	<i>Histograma pentru „lucrul în echipe”</i>	159
IV.25.	<i>Histograma pentru „lucrul frontal, odată cu cel de la tablă”</i>	159
IV.26.	<i>Ierarhizarea „mijloacelor didactice folosite în ora de matematică”</i>	162
IV.27.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „tratarea diferențiată în orele de matematică”</i>	164
IV.28.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „aplicarea unei strategii de învățare la matematică”</i>	172
IV.29.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „organizarea și respectarea unui program de studiu”</i>	172
IV.30.	<i>Comparație între strategiile de învățare a matematicii, în funcție de media statistică</i>	173
IV.31.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „construcția imaginilor mentale”</i>	174
IV.32.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „studiu suplimentar”</i>	175
IV.33.	<i>Comparație între „punctele de sprijin în învățarea matematicii”</i>	177
IV.34.	<i>Comparație multicriterială între „punctele de sprijin în învățarea matematicii”</i>	178
IV.35.	<i>Comparație privind „intențiile elevilor de gimnaziu privind învățarea matematicii”</i>	181
IV.36.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „conexiuni între matematică și alte materii”</i>	183
IV.37.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „conexiuni între matematică și practică”</i>	183

IV.38.	<i>Comparație multicriterială între „preferințele privind domeniile matematicii”</i>	186
IV.39.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea orală”</i>	190
IV.40.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea scrisă”</i>	190
IV.41.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea practică”</i>	191
IV.42.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea prin portofolii”</i>	191
IV.43.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „evaluarea prin referate”</i>	191
IV.44.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „subiectivitatea profesorului”</i>	195
IV.45.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „fraudarea evaluării”</i>	195
IV.46.	<i>Histograma pentru “media la matematică în clasele V-VII”</i>	212
IV.47.	<i>Histograma pentru „autoaprecierea rezultatelor la matematică ”</i>	213
IV.48.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „depășirea obstacolului prin efort propriu”</i>	216
IV.49.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „depășirea obstacolelor cu ajutorul altei persoane”</i>	216
IV.50.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „abandonarea sarcinii de lucru în fața obstacolului”</i>	217
IV.51.	<i>Comparație între „comportamentele elevilor în fața obstacolelor”, în funcție de performanța școlară</i>	218
IV.52.	<i>Comparație între „comportamentele elevilor în fața obstacolelor”, în funcție de mediul de proveniență</i>	219
IV.53.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „percepția elevilor asupra erorilor în învățarea matematicii”</i>	220
IV.54.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „percepția elevilor asupra obstacolelor în învățarea matematicii”</i>	220
IV.55.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „încurajarea întrebărilor și oferirea de explicații”</i>	226
IV.56.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „încurajare și laudă”</i>	226
IV.57.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „permisivitatea exprimării”</i>	227
IV.58.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „sanționarea indisciplinei”</i>	227
IV.59.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „solicitările preferențiale din partea profesorului”</i>	229
IV.60.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „atenția acordată elevilor”</i>	230
IV.61.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „acordarea ajutorului solicitat”</i>	230
IV.62.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „scoaterea nepreferențială a elevilor la tablă”</i>	231
IV.63.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „ironizarea elevilor care fac greșeli/erori”</i>	231
IV.64.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „explicitarea greșelilor făcute de elevi”</i>	232
IV.65.	<i>Distribuția frecvențelor pentru „sanționarea prin notă a greșelilor”</i>	232

IV.66.	<i>Comparații între „dimensiunile afective ale contextului de învățare”</i>	233
IV.67.	<i>Comparație între „percepțiile elevilor asupra factorilor cu efect destabilizator”</i>	240
IV.68.	<i>Comparație între „percepțiile elevilor privind dificultatea disciplinelor matematice”</i>	245
IV.69.	<i>Comparații privind „atribuirea cauzală a greșelilor/erorilor în învățare”</i>	250
IV.70.	<i>Comparații privind „atribuirea cauzală a greșelilor/erorilor în învățare” în funcție de „rezultatele elevilor la matematică”</i>	250
IV.71.	<i>Distribuția procentelor pentru „investiția de efort în învățare”</i>	251
IV.72.	<i>Distribuția procentelor pentru „nevoia de atenție/sprijin din partea profesorului”</i>	252
IV.73.	<i>Histograma pentru „evaluarea inițială”</i>	254
IV.74.	<i>Histograma pentru „evaluarea finală”</i>	254

PREFAȚĂ

Studiul obstacolelor și al erorilor în predarea și învățarea matematicii din gimnaziu - o realizare didactică și științifică valoroasă

Supunerea la proba adevărului, cu întemeiere didactică asociată examinării conținutului științific, teoretico-metodologic și al repertoriului contribuțiilor inovatoare realizate de autoare, lector universitar Daniela Căprioară, Universitatea *Ovidius* din Constanța, distins metodolog în Didactica domeniului matematică, doctor în Științele Educației, reprezintă, neîndoielnic, o provocare legitimă pentru orice specialist, profesor sau evaluator avizat. Avem în vedere pătrunderea prin investigare empirică, sistematică în mecanismele utile demantelării fenomenologiei *obstacolelor și a erorilor* în studiul matematicii școlare.

Părtaș direct, în calitate de coordonator științific, la temeinicul, rigurosul, dar și nuanțatul drum parcurs de autoare în stagiul de doctorantură, am sedimentat în timp câteva dintre valorile adăugate la acest complicat subiect, puțin cercetat în literatura română de specialitate, matematică și științele educației.

Câteva argumente generale și particulare de susținere sunt utile prezentei introducerii în universul lucrării.

Tema *obstacolelor și a erorilor* în predarea-învățarea matematicii în gimnaziu este interesantă și provocatoare pentru orice expert în științele matematicii, disciplină din corpul comun prezent în zona școlarității obligatorii. Să recunoaștem fără rezerve că autoarea, doamna Daniela Căprioară, a dovedit mult curaj, constantă tenacitate și finețe a nuanțelor analitice devenind model de abordare și competență de înalt nivel în dinamica acestei legitime probleme. În sprijinul afirmației noastre aducem câteva elemente de sprijin.

Invocăm, în acest plan, *complexitatea problematicii studiate* și abordarea ei dintr-o perspectivă interdisciplinară, evidente fiind întâlnirile dintre epistemologie, gnoseologie și didactica novatoare aplicată, pe care le apreciem ca fiind valori științifice, devenite priorități.

Evidențiem pentru început planul doi al investigației, explicit valoarea distinctă pe care o oferă *problematica obstacolelor și a erorilor* în

didactica matematicii. Startul, deși pare unul tentant, nu a fost deloc unul comod, cel puțin semantic și pragmatic-funcțional, unde nu găsim elemente referențiale de orientare a discursului. Ne este destul de clară, astfel, motivația intrinsecă ce domină fundamentele eforturilor autoarei. Pe cale de consecință, autoarea înregistrează o primă tentativă reușită pe deplin, anume distincția dintre *eroare* și *greșeală*. Este prezent și un alt accent: importanța *valorificării didactice a obstacolelor și a erorilor* în învățarea școlară, cu sublinierea *riscurilor pe care atitudinea de non-intervenție profesional-didactică* a multor cadre didactice le presupune, logica identificării și tratării pedagogice a erorilor devenind astfel o necesară abordare de tip fiabilitate psihopedagogică.

Studiind cu atenție literatura de specialitate cu referire la aceste probleme, autoarea forțează economia cunoașterii utile și prezintă, cu exemple ilustrative și interesante comentarii specifice domeniului matematicii de gimnaziu, *tipologia obstacolelor*, realizată de Jean-Pierre Astolfi.

* * *

Reține atenția credibilitatea pedagogică acordată de autoare modelului triangular al sistemului didactic: *obstacole epistemologice*, specifice conținutului noțional, *obstacole psihologice*, caracteristice elevului, și *obstacole didactice*, referitoare la strategiile didactice. Valorizat contextual este și un alt reper, anume **taxonomia erorilor**, pornind de la triada: a) **tipologia obstacolelor**; b) **procesele specifice triumphiului pedagogic** - *predare, învățare, formare* (evidențiate de Jean Houssaye) și c) **modelul de analiză didactică a erorilor**, categorial inventariate ca *erori de intrare, erori de organizare și erori de execuție* (elaborat de pedagogul spaniol Saturnino de la Torre de la Torre).

Aceste repere teoretice structurează, în bună măsură, câmpul de investigare empirică a problematicii, în special selectarea variabilelor, formularea ipotezelor, enunțul obiectivelor și, mai apoi, interpretarea rezultatelor. Considerăm oportună evidențierea, în acest context, a exercițiului privind focalizarea/baleiajul analizelor asupra matematicii de gimnaziu. Explicația oferită, după cum reiese și din conținutul lucrării, constă în aceea că asistăm de ceva vreme la orientarea instruirii la matematică îndeosebi spre învățământul de elită, o centrare mai ales implicită pe identificarea și valorificarea elevilor cu aptitudini deosebite

pentru matematică. Sesizăm, în același timp, și manifestarea unui fenomen de degradare a învățământului matematic de masă, fapt demonstrat de rezultatele înregistrate la diferite evaluări locale, naționale și internaționale. Ori, după cum se știe, matematica de gimnaziu reprezintă partea cea mai substanțială a culturii matematice a unui elev, tânăr ca viitori cetățeni. Prin urmare, suntem de acord cu opinia autoarei că se impune o regândire, pe baze unei concepții clare, a unor date didactico-metodologice a întregului proces de instruire la matematică în gimnaziu. Lucrarea doamnei Daniela Căprioară ne convinge de necesitatea unui asemenea demers de durată și încărcat de adâncă responsabilitate socială.

Complexitatea variabilelor ce definesc analiza calitativă a fenomenului educațional prin referințele studiului matematicii devine un alt centru de greutate al lucrării de față. Selectarea și analiza acelor variabile cu un grad sporit de semnificație pentru tema cercetată constituie o serioasă „piatră de încercare” pentru un cercetător. Un criteriu pe care autoarea l-a urmărit în selectarea variabilelor de cercetare a fost surprinderea celor mai importanți factori ai subsistemului didactic, asumându-și riscul pe care îl presupune o astfel de selecție: acela de a omite alte aspecte relevante pentru problematica studiată. De altfel, așa cum reiese și din conținutul lucrării, autoarea nu are pretenția de a face o prezentare exhaustivă a problemei abordate ci, mai degrabă, de a induce o sensibilizare a actorilor educației, o conștientizare a celor interesați de didactica matematicii, printre care menționăm conceptorii de curriculum, profesorii practicieni și elevii, față de problematica erorilor și a greșelilor în predarea – învățarea matematicii în gimnaziu. Astfel, în ceea ce privește *elevul*, lucrarea conține rezultate interesante referitoare la *motivația elevilor pentru învățarea matematicii de gimnaziu, strategiile de învățare a matematicii, concepția elevilor privind statutul erorilor în învățare* și corelarea acestora cu *performanțele elevilor la matematică*. Pentru a obține informații referitoare la conduita *profesorilor de specialitate*, au fost colectate, analizate și interpretate opinii, valori și rezultate privind *strategiile de predare a matematicii în gimnaziu, strategiile de evaluare a rezultatelor învățării matematicii în gimnaziu și concepția profesorilor privind statutul erorilor în învățare*. În domeniul *curriculum-ului matematic*, atenția autoarei a fost focalizată pe *gradul de reprezentativitate al aplicațiilor matematicii în practică* și pe identificarea elementelor de *continuitate și de discontinuitate la nivelul curriculum-ului*

matematic. Un efort apreciabil a fost depus pentru a surprinde, la nivelul fiecărei variabile, factorii ce constituie obstacol pentru învățarea eficace a matematicii.

Natura și specificul setului de competențe pe care trebuie să le probeze cercetătorul pentru a reuși analiza profundă a problematicii studiate a reprezentat un alt criteriu de analiză pe care îl propunem cititorului. Din acest punct de vedere, pregătirea teoretică (psihopedagogică și de specialitate) a doamnei Daniela Căprioară și experiența sa didactică în activitatea nemijlocită cu elevii, ca profesor de matematică, s-au îmbinat într-un mod fericit cu spiritul său analitic și întemeiata curiozitate științifică orientată spre a surprinde esența fenomenelor abordate.

Cercetarea realizată de autoare este predominant *diagnostică*, dar sunt prezente și unele aspecte prognostice ale procesului educativ. Metodologia de cercetare este una complexă, autoarea manifestând imaginație mentală în combinatorica instrumentelor utilizate. O probă evidentă a acestei calități o reprezintă faptul că fiecare dintre cele 10 variabile ale cercetării este cercetată prin cel puțin două metode. Menționăm, de asemenea, ca pozitivă și bine stăpânită competența de eșantionare, aceasta având un nivel ridicat de reprezentativitate. Eșantioanele pe care s-a investigat/cercetat au fost selectate cu multă abilitate. Menționăm că pentru *studiul de caz (cercetarea produselor elevilor)* au fost analizate 300 de lucrări din 12 unități școlare (licee și școli generale) din județul Constanța. Chestionarele au cuprins un număr de 176 de itemi cercetând fiecare dintre cele 10 variabile, eșantionul fiind alcătuit din 350 de elevi provenind din 22 de clase și reprezentând 19 localități din 4 județe situate în zona de sud-est a României - Constanța, Tulcea, Brăila, Călărași și Municipiul București.

Spectrul valorilor și semnificativul potențial persuasiv prezente în lucrare dau calitate rezultatelor și interpretărilor generate ca urmare a aplicării aparatului statistic. *Spectrul metodelor de cercetare* este definit de *observație, analiza documentelor curriculare, studiul de caz (cercetarea produselor elevilor), focus-grupul, experimentul didactic și ancheta pe bază de chestionar*. Datele obținute au fost prelucrate statistic (cu ajutorul programului SPSS 14.), realizarea operațiilor statistice de bază fiind reprezentate de *tabelele de frecvență, calcularea indicatorilor tendinței centrale (media, mediana, modul, abaterea standard), reprezentarea grafică*

a distribuțiilor de frecvențe, testarea ipotezelor statistice (prin aplicarea testului neparametric Wilcoxon, pentru eșantioane perechi) și analiza corelațională (prin aplicarea coeficientului de corelație ρ Spearman).

Calitățile autoarei, profesor metodician cunoscut ca fin observator al conduitei și comportamentului elevului, respectiv ale profesorului de matematică, precum și cunoașterea profundă a particularităților *transinformației* (concept introdus de noi) sau de *transpoziție didactică* (utilizat de literatura franceză), prin care matematica-știință devine matematică-disciplină școlară, i-au facilitat o interpretare cu ridicată validitate ecologică a datelor obținute în urma cercetării.

Concluziile formulate în partea finală a lucrării constituie puncte de reflecție pentru toți actorii educaționali, cu o perspectivă specială pentru cei cu putere de decizie în domeniul curriculum-ului și al didacticii matematicii.

Reliefăm câteva dintre acestea:

- *curriculum-ul matematic pentru gimnaziu nu evidențiază într-o măsură suficientă caracterul practic-aplicativ al cunoștințelor matematice, raportarea la practicile sociale de referință fiind foarte redusă în raport cu specificul disciplinei și nevoile specifice vârstei elevilor de gimnaziu;*

- *există multe elemente de discontinuitate la nivelul curriculum-ului matematic, între nivelurile de învățământ, în ceea ce privește natura conținuturilor, strategiile de predare și scopurile urmărite prin învățarea școlară;*

- *strategiile didactice folosite în desfășurarea procesului de instruire la matematică în gimnaziu (predare-învățare-evaluare) sunt foarte puțin adecvate unei învățări active, au un caracter slab motivant pentru elevi, predominând metodele tradiționale, aplicate frontal;*

- *elevii nu au obișnuința reprezentării mentale a conținuturilor învățării și nu verbalizează într-o măsură suficientă situațiile matematice;*

- *strategiile didactice utilizate nu sunt orientate spre a asigura formarea unei competențe matematice, tradusă prin capacitatea de a stăpâni conceptele, de a interpreta matematic o situație dată și de a o modela corespunzător nivelului de vârstă;*

- *tratarea corespunzătoare din punct de vedere didactic a obstacolelor și a erorilor cu care se confruntă elevii în învățarea matematicii nu se poate realiza decât printr-un efort de cunoaștere sistematică a logicii pedagogice, focalizată pe o ierarhie a gradelor de*

înțelegere a matematicii și printr-un real proces de individualizare a procesului de instruire;

- motivația elevilor este mai puțin intrinsecă și orientată spre dobândirea unor cunoștințe de calitate, și mai mult spre obținerea de note cât mai mari, care să le asigure accesul la un nivel superior de învățământ.

Apreciem că publicarea lucrării de față de către prestigioasa Editura Universitară din București vine într-un moment în care, de la didactica generală la didactica matematicii, în mod special, se simte nevoia de mai multă aplecare spre cercetarea și înțelegerea nevoilor exprimate de elevi în confruntarea lor cu provocările educației moderne, de elaborarea și publicarea unor lucrări de didactica științelor, cu un referențial pedagogic substanțial, bazat pe cercetări autentice.

Semnalăm pozitiv, totodată, valoarea aparatului bibliografic, cu acoperire referențială la zone de interes științific în Europa și, firesc, în România. I se asociază, fericit, un stil ales, stimulat pentru lectura reiterativă.

Valorile științifice probate, utilitatea certă a lucrării, spiritul de înțelegere adâncă a temei, modernitatea întregului demers explorativ, conferă prezentei lucrări vocația deschiderii la acceptanța unor noi experiențe investigative, lansând invitația la lectură atentă, la reflecție asupra destinului studiului matematicii integrate culturii generale, asimilării și gestionării inteligente a unor noi modele și instrumentații mentale.

Sintetic vorbind, avem în vedere și șansa unui nou orizont pedagogic.

București, 2012

Prof. univ. dr. Ioan Neacșu
Facultatea de Psihologie și Științe ale Educației
Universitatea din București

INTRODUCERE

Didactica științelor se fundamentează pe o logică specifică ce reprezintă rezultanta a cel puțin trei direcții prioritare de acțiune ale acesteia: logica internă a conținutului prelucrat în procesul de predare-învățare, logica proprie gândirii cadrului didactic și, nu în ultimul rând, logica elevului aflat în situația de învățare. Practica didactică a demonstrat că favorizarea uneia sau alteia dintre acestea, în detrimentul celorlalte, se răsfrânge negativ asupra *calității procesului de instruire*, iar măiestria didactică constă tocmai în îmbinarea optimă a acestor coordonate și aflarea stării de echilibru dintre ele.

Referitor la logica internă a conținuturilor ce trebuie predate-învățate, elaborată în procesul *transinformației*, aceasta trebuie să asigure coerența și consistența corpusului informațional ce se urmărește a fi însușit de către elev, dar, în egală măsură, trebuie să urmeze, prin formă și conținut, *legitățile construcției psihogenetice* a conceptelor. Ajungem, astfel, la „cheia de boltă” a procesului de învățare: construirea cunoașterii la nivelul elevilor (cu referire, în mod special, la cunoașterea de tip școlar, dar și la integrarea acesteia în universul de cunoaștere al elevului). Din acest punct de vedere, considerăm că matematica este una dintre materiile de studiu care ridică destul de multe probleme elevilor (fapt confirmat cel puțin de rezultatele obținute în ultimii ani la probele de matematică din cadrul evaluărilor naționale sau internaționale precum TIMSS - *Trend in International Mathematics and Science Study* ori PISA - *Programme for International Student Assessment*).

Se spune că matematica este un *brand* pentru România. Aceasta este o realitate dacă analizăm situația din cel puțin două perspective. În primul rând se situează rezultatele absolut remarcabile obținute de participanții români la diferite competiții internaționale de matematică: o scurtă retrospectivă a rezultatelor obținute de Lotul Olimpic Român la OIM - *Olimpiada Internațională de Matematică*¹, în perioada 1959-2012, ne arată

¹ Sursa informațiilor: <http://ro.wikipedia.org/>

Primele două etape ale OIM s-au desfășurat în România în 1959, respectiv 1960. De atunci a avut loc în fiecare an cu excepția anului 1980, România fiind gazdă de 5 ori (1959, 1960,

că România a fost pe podium de 18 ori: de 5 ori locul I (1959, 1978, 1985, 1987, 1996), de 5 ori locul al II-lea (1960, 1979, 1988, 1989, 1995) și de 8 ori locul al III-lea (1961, 1962, 1963, 1965, 1965, 1984, 1991, 1992), iar în anul 2012, la cea de-a 53-a etapă a OIM, olimpicii români au obținut 6 medalii (2 de aur, 3 de argint și 1 de bronz), situându-se pe primul loc în Europa și pe locul 10 în lume. În al doilea rând, menționăm rezultatele obținute de școala românească de matematică, mai exact de cercetarea matematică din țara noastră, rezultate recunoscute și apreciate pe plan internațional. Aceste aspecte capătă o valoare aparte dacă luăm în calcul faptul că putem vorbi de învățământ matematic în România doar de aproximativ un secol și jumătate.

Și totuși... dacă la olimpiade ne situăm pe locurile fruntașe, nu putem fi prea optimiști când avem în vedere învățământul matematic de masă din țara noastră. Pentru a ilustra situația acestuia prezentăm câteva rezultate: la testul internațional TIMSS-R de evaluare a elevilor de nivelul clasei a VIII-a, aplicat în anul 2003, elevii români s-au plasat pe locul 23 din 45 de țări participante (cu 466 de puncte, față de 475 punctajul mediu), iar în anul 2011, rezultatele obținute au plasat România tot pe la jumătatea clasamentului (cu 465 de puncte, față de 500 punctajul mediu). Față de anul 1995, când elevii români au participat pentru prima dată la acest test, rezultatul obținut în anul 2011 a scăzut cu 6 puncte². Tot în acest context, menționăm rezultatele obținute de elevii români de gimnaziu, participanți la *Programul pentru evaluarea internațională a elevilor-PISA*³: în anul 2006, România s-a situat pe locul 47 din 57 de țări participante (cu 418 puncte, mult sub punctajul mediu de 500 de puncte de la nivelul Uniunii Europene), iar în 2009 s-a clasat pe locul 47 din 74 de țări și sisteme educaționale participante (cu 427 de puncte, media fiind de 499 de puncte). Pe de altă parte, rezultatele obținute de elevi la probele de matematică din cadrul Evaluărilor Naționale și de la Bacalaureat sunt, în ultima vreme, din ce în ce mai slabe. Deci, se pune în mod firesc întrebarea: care este, de fapt, situația învățământului matematic în țara noastră?

1969, 1978, 1999). Numărul de țări participante a crescut treptat, de la șapte țări din Europa de Est (Bulgaria, Cehoslovacia, Polonia, RDG, România, Ungaria și URSS) în 1959 (52 de concurenți), la 100 de țări din 5 continente în 2012 (548 de concurenți).

² Informații obținute de pe site-ul NCES-*The National Center for Education Statistics*: <http://nces.ed.gov/>

³ <http://www.oecd.org/pisa/>

Din unele studii menționate mai sus reiese faptul că mai mult de jumătate dintre elevii români de ciclu gimnazial au o atitudine pozitivă față de studiul matematicii, deși raportul dintre *efortul investit* în studiul acestei discipline și *beneficiul obținut* (pe termen scurt, în activitatea curentă la clasă, pe termen mediu, în evoluția școlară ulterioară, și pe termen lung, în valorificarea cunoștințelor și exersarea competențelor dobândite la cursurile de matematică) este în defavoarea elevului, fiind mult peste unitate.

În aceste condiții, putem formula concluzia că elevii (dar nu numai ei!) întâmpină dificultăți în studiul matematicii școlare. Din multitudinea perspectivelor din care poate fi abordată această problemă, ne-am concentrat atenția asupra uneia pe care o considerăm centrală: *cea a obstacolelor și a erorilor în predarea și învățarea matematicii în gimnaziu*. Așadar, prin lucrarea de față ne-am propus, pe de o parte, să identificăm o parte dintre obstacolele cu care se confruntă elevii de gimnaziu, și, implicit, profesorii, în procesul instruirii la matematică, iar pe de altă parte, am urmărit evidențierea unora dintre erorile întâlnite în mod frecvent în învățarea matematicii. Pentru atingerea acestor obiective, demersul nostru a avut două coordonate: cercetarea bibliografică, respectiv cercetarea empirică.

Prin urmare, lucrarea este structurată în două părți esențiale: fundamentarea teoretică a problematicii obstacolelor și a erorilor (capitolele I și II), respectiv prezentarea cercetării acestor probleme și examinarea comentată a rezultatelor înregistrate (capitolele III și IV).

Așadar, în *primul capitol* este realizată o introducere sintetică în câmpul problematic al didacticii, prin analiza polarităților *didactica tradițională-didactica modernă*, respectiv *didactica generală-didactica științelor*.

În cel de-al doilea capitol, ne-am propus o analiză teoretică generală a obstacolelor cu care se confruntă elevii în învățarea matematicii, precum și a erorilor specifice acestei activități. Ideile promovate în această parte a lucrării au la bază o abordare constructivistă a procesului de învățare și, prin urmare, conturează o altă perspectivă asupra statutului erorilor în **procesul de învățare: valorificarea erorilor, ca strategie didactică pentru eficientizarea învățării**.

Capitolul al treilea este dedicat prezentării elementelor de metodologie care au structurat, orientat și susținut cercetarea pedagogică

realizată în scopul culegerii și prelucrării datelor necesare formulării unor concluzii referitoare la problema studiată.

În *capitolul al patrulea* sunt prezentate și interpretate rezultatele obținute în urma demersului de cercetare a problematicii obstacolelor și a erorilor în învățarea matematicii în gimnaziu.

Mai trebuie să subliniem faptul că, pe tot parcursul lucrării, demersul investigativ a fost dirijat de două *aspecte fundamentale* ale învățării matematicii la nivel de gimnaziu: **centrarea** actului didactic pe *formarea conceptelor matematice* și **operaționalizarea** acestor concepte prin utilizarea lor în *abordarea și rezolvarea problemelor teoretice și practice* de natură matematică. Însă, fondul pe care se construiesc aceste deziderate este constituit de „dialogul” dintre mentalul cadrului didactic (*expertul*) și mentalul elevului (*novicele*): posibilitățile elevului de a se angrena și de a se menține în demersul cognitiv inițiat și monitorizat de profesor sunt cu atât mai mari, cu cât logica profesorului în construirea cunoașterii de tip școlar este mai apropiată de cea a elevului căruia i se adresează.

De ce am ales ciclul gimnazial? Pentru că studiul matematicii în gimnaziu are o importanță deosebită (prin implicațiile sale) și, în consecință, trebuie să-și câștige atenția pe care o merită. Susținem această afirmație prin câteva argumente.

În primul rând, în ciclul gimnazial elevii se confruntă cu „adevărată” matematică (atât prin diversificarea domeniilor de studiu specifice: aritmetică, algebră, geometrie, cât și prin introducerea în studiu a majorității conceptelor ce reprezintă o componentă de bază a culturii matematice a fiecărui om). În al doilea rând, este întâlnită destul de des opinia potrivit căreia „e mult mai ușor să fii profesor de matematică la gimnaziu decât la liceu”. Poate că, din punctul de vedere al complexității conținuturilor de specialitate ce trebuie prelucrate didactic, la clasă, adevărul este pe aproape. Însă, dacă reflectăm asupra faptului că matematica din liceu operează, pe de o parte, cu concepte ale căror baze s-au pus în gimnaziu (lărgirea conceptului de număr, formarea *câmpului conceptual* al ecuațiilor și sistemelor de ecuații, al celui de funcție, de figură geometrică etc.), iar pe de altă parte, cu un mod de gândire educat în cadrul orelor de matematică din gimnaziu, atunci lucrurile nu mai stau chiar așa. Gimnaziul este perioada în care elevul își formează și își dezvoltă gândirea abstractă (logico-formală) prin operațiile specifice acesteia; acum elevii pătrund în domeniul modelării

și al formalizării matematice, iar natura performanțelor cognitive așteptate de la ei se modifică radical față de ciclul primar. Mai putem adăuga faptul că în această etapă se dobândesc cunoștințe utile în practică și care nu se mai studiază în liceu (cum ar fi, spre exemplu, cunoștințele de geometrie euclidiană).

Considerăm, așadar, că, așa cum evoluția școlară a copilului depinde de modul în care învățătorul îl inițiază în „meseria de elev” și îi prezintă „contractul pedagogic”, tot așa evoluția ulterioară a elevului în studiul matematicii este în mod decisiv marcată de modul în care profesorul de matematică din gimnaziu și-a făcut „meseria de profesor”. Prin urmare, procesul de instruire la matematică în perioada gimnaziului trebuie privit cu mai multă responsabilitate din partea tuturor factorilor implicați, în mod direct sau indirect, în desfășurarea acestuia.

Lucrarea de față se înscrie în rândul preocupărilor matematicienilor și didacticienilor din țara noastră pentru o educație matematică de calitate.

Ținem să adresăm călduroase mulțumiri tuturor celor ce au contribuit la realizarea cercetării: elevilor, care au depus efortul de a răspunde cu seriozitate la întrebările din chestionare, studenților-practicanți implicați în activitatea de cercetare, conducătorilor unităților de învățământ implicate în diferite componente ale cercetării, colegilor, profesori de matematică, pentru contribuțiile aduse în cadrul focus-grupurilor desfășurate.

Elaborarea lucrării mi-a oferit privilegiul de a colabora cu doi dascăli de excepție: *prof. univ. dr. Mirela Ștefănescu*, care mi-a deschis drumul în didactica matematicii, și *prof. univ. dr. Ioan Neacșu*, care m-a îndrumat cu deosebită delicatețe și profesionalism desăvârșit pentru depășirea obstacolelor specifice realizării unui astfel de studiu.

Pentru toate acestea, profunde sentimente de recunoștință și calde mulțumiri!

I. DIDACTICA ȘTIINTELOR. SUCCINTĂ ANALIZĂ TEORETICĂ

I. 1. Didactica generală între tradițional și modern. De la didactica generală la didactica științelor

Ființa umană a fost preocupată dintotdeauna de transmiterea către generațiile următoare a cunoașterii dobândite în diverse domenii, prin găsirea căilor și a metodelor celor mai eficiente pentru a realiza acest transfer de cunoaștere. De-a lungul timpului, aceste preocupări s-au constituit într-un domeniu teoretico-aplicativ, care, mai târziu, s-a numit *didactică*.

Apariția școlii, ca instituție de instruire și educare a tinerilor, a dat o altă dimensiune acestui domeniu de cunoaștere și activitate.

Deși termenul *didactică* a fost utilizat sub diverse forme și înțelesuri: *didactic* – adjectiv sau adverb, *didactică*, *didacticism*, *didaxologie* (Astolfi & Develay, 2002, pp. 3-6), originile lui fiind în grecescul *didaktikos*, el este consacrat prin opera lui Jan Amos Comenius (1592-1670), *Didactica magna*, apărută în limba cehă și tradusă la scurtă vreme în limba latină, fapt ce i-a permis o largă răspândire în diverse culturi. Această apariție a fost considerată „o autentică revoluție în teoria și practica învățământului” (Ionescu & Radu, coord., 2004, p. 13), iar secolul al XVII-lea a fost numit și *secolul didacticii*. Însă, constituirea didacticii ca domeniu bine individualizat de preocupări în domeniul educației este datorată lui Johann Friedrich Herbart (1776-1841), filozof și matematician cu activitate și contribuții valoroase în domeniul pedagogiei, acesta fiind considerat “părintele didacticii” (Ionescu & Radu, *op. cit.*, p. 19).

În evoluția didacticii se pot distinge două etape, diferențiate atât din punct de vedere cronologic, cât și al ariei de preocupări. O primă etapă, cea a *didacticii tradiționale* (clasice), preponderent *normativă*, a fost caracterizată prin dezvoltarea *doctrinei pedagogice* a lui Comenius, în care didactica era considerată „arta de a-i învăța pe toți totul”. Ca ramură a

științelor educației, această didactică studiază și fundamentează pe baze științifice *analiza, proiectarea, desfășurarea și evaluarea procesului de instruire și educare*. Ea vizează aspectele instituționale ale instruirii, având ca zonă de interes și obiect de studiu „esența procesului de învățământ, cu scopul și sarcinile sale; procesul de învățământ și factorii acestuia; conținutul învățământului; principiile, metodele și formele organizatorice ale activității instructiv-educative; organizarea învățământului: clasa, școala și sistemul educațional; profesorul” (Ionescu & Radu, *op. cit.*, p. 23). Cea de-a doua etapă este caracterizată atât de extinderea ariei problematice, cât și de modificarea naturii aspectelor educaționale abordate. Aceasta corespunde *didacticii moderne, psihologice, care este explicativă și normativă* (Ionescu & Radu, *op. cit.*, p. 23). Astfel, interesul manifestat de didactica modernă depășește cadrul instituțional al educației și instruirii, vizând și educația continuă (prin formele ei cele mai răspândite – autoinstruirea și didactica adulților), ca răspuns la provocările cunoașterii oferite de societatea contemporană. În ceea ce privește natura problemelor abordate de didactica modernă, aceasta este definită de studiul componentelor fundamentale ale sistemului didactic (*cunoașterea de tip școlar-profesorul-elevul*), sintetizate prin *modelul triumghiului didactic*, precum și de relațiile ce se stabilesc între acestea în contextul didactic (de *predare-învățare-formare*). M. Ionescu (2004, pp.28-30) identifică și elaborează o listă de “direcții de studiu și acțiune în didactica modernă”, sintetizate prin trei perspective asupra didacticii propuse de J.-P. Astolfi și M. Develay (2002, pp. 115-119), în scopul percepției mai clare a funcțiilor acesteia: *didactica-cercetare, didactica-formare și didactica-acțiune*.

Perspectiva teoretică definește *didactica-cercetare*, a cărei arie ocupațională vizează delimitarea și dezvoltarea câmpului conceptual specific acestui domeniu de cunoaștere, identificarea și explorarea problemelor specifice, abordarea și valorificarea unor fenomene educaționale nesesizate până în prezent, dar cu efecte pozitive asupra finalităților procesului instructiv-educativ.

Perspectiva complementară, anume cea aplicativă, promovează *didactica-acțiune*, care ghidează și susține practica utilizatorului – cadrul didactic – în activitatea curentă și nemijlocită cu elevii, în condițiile concrete de la clasă, fiind centrată pe aplicarea metodologiei didactice necesare derulării optime a actului instructiv-educativ.

Perspectiva bipolară, dialectic unitară, cea teoretico-aplicativă, evidențiază *didactica-formare*, definită prin prisma formării tinerelor generații (prin elaborarea modelului uman de referință pentru educarea și instruirea acestora), furnizând instrumente utile desfășurării actului educațional, precum și explicații pertinente pentru dificultățile cu care se confruntă elevii în învățare. Perspectiva didacticii asupra acestor dificultăți este una optimistă, ea înlăturând cauzele externe asupra cărora profesorul nu poate acționa și centrându-se pe factori pe care profesorul, printr-o mai bună pregătire profesională, îi poate controla (spre exemplu, conținutul predat).

Didactica, definită în mod clasic ca *știință și artă a predării*, este puternic determinată atât de evoluția cunoașterii științifice, cât și de schimbările sociale și culturale majore pe care societatea, în ansamblul ei, le înregistrează. Pe de-o parte, ritmul tot mai alert cunoscut de dezvoltarea științei în ultimele decenii, iar pe de alta, modificările de paradigmă înregistrate la nivel socio-economic, politico-ideologic și cultural au reprezentat o provocare extrem de serioasă pentru sistemul de învățământ. Fiind nevoită să prelucreze și să transmită informații din ce în ce mai multe și mai variate și, în același timp, să contureze un nou profil al omului contemporan, capabil să se integreze în societatea actuală, școala este supusă unui efort continuu de a găsi soluții noi pentru aceste probleme. Prin urmare, didactica este și trebuie să rămână unul dintre cele mai dinamice domenii ale Științelor educației.

Așa cum am arătat mai sus, didactica modernă este interesată, printre altele, de identificarea și tratarea dificultăților pe care le întâmpină elevii în învățare. În acest scop, ea se orientează, în primul rând, spre conținuturile înseși ale predării-învățării, dintr-o perspectivă *epistemologică*. Didactica generală nu poate răspunde acestui imperativ, fiind necesară conturarea și dezvoltarea didacticilor specifice fiecărei discipline. Atât prin natura conținuturilor specifice ce trebuie prelucrate didactic, cât și prin specificul competențelor ce trebuie formate, științele s-au detașat în cadrul disciplinelor școlare, constituindu-și și dezvoltându-și o didactică aparte, cu o terminologie specifică și cu un câmp de cercetare și acțiune propriu.

Referindu-se la cauzele care au determinat apariția și dezvoltarea cercetărilor în didactica științelor, J.-P. Astolfi și M. Develay (2002, p. 5), citează: „următoarele două decenii vor fi capitale în ceea ce privește educația științifică (...). Cercetarea în didactică este un prim studiu critic

teoretic pentru a încerca fundamentarea practicilor pedagogice, nu pe tradiție sau pe empirism, ci pe o abordare rațională a acestor probleme (...). De fapt, însușirea cunoașterii a fost abordată întotdeauna, de către pedagogii care s-au interesat de ea, într-un mod doctrinar. Pentru a depăși această etapă, este necesară, fără îndoială, o abordare bazată pe un corpus de ipoteze pedagogice, susținute din perspective epistemologice și psihologice” (Giordan, Astolfi, Develay & alii, 1983). S-au conturat, astfel, prioritățile și direcțiile de acțiune în etapa actuală pentru didactica generală și, în mod special, pentru didactica științelor.

I.2. Orientări și tendințe actuale în didactica matematicii

În prefața lucrării *Enseignement et apprentissage des mathématiques* (Predarea și învățarea matematicii, trad. n.), M. Fayol afirmă: „Societățile noastre tehnologice se confruntă cu o problemă extrem de delicată: pe de o parte, dezvoltarea tehnologiilor necesită formarea și angajarea unui număr tot mai mare de tehnicieni, de ingineri și de cercetători în domeniile matematicii și ale științelor, iar pe de altă parte, toate cercetările internaționale pun în evidență o scădere generală a preocupărilor tinerelor generații pentru aceste discipline științifice sau altele ce le sunt asociate. Mai mult, comparațiile internaționale au pus în evidență nivele de performanță relativ modeste în științe și matematică în țările latine” (Crahay & alii, coord., 2005, p. 5).

Cercetările privind predarea și învățarea matematicii au luat o amploare considerabilă în ultimele două decenii, constituindu-se într-un domeniu autonom de cercetare în cadrul didacticii generale. Echipele de cercetători în didactica matematicii, ce reunesc specialiști din diverse domenii (psihologi, pedagogi, matematicieni, filosofi etc.), au ca *direcții principale de cercetare* (Crahay & alii, loc. cit.):

a. *analiza specificului învățării matematicii* în scopul identificării strategiilor celor mai eficiente de învățare, precum și a obstacolelor cu care elevii se confruntă în desfășurarea acestui proces;

b. *dezvoltarea de modele conceptuale ale demersurilor cognitive* pe care le realizează elevii în învățarea matematicii, pe baza rezultatelor psihologiei în domeniul cunoașterii și al învățării;

c. *conceperea de dispozitive pedagogice* pentru eficientizarea procesului formativ, ce urmează a fi experimentate la clasă;

d. *furnizarea unei baze științifice solide* pentru învățarea matematicii și *promovarea unei formări de calitate* în acest domeniu.

Aceste obiective de cercetare au fost determinate, în principal, de două argumente. Într-un prim rând îl putem menționa pe cel referitor la *obiectul învățării – matematica școlară*, din perspectiva necesității restructurării și reorganizării informațiilor științifice, ca urmare a exploziei informaționale caracteristică ultimelor decenii. Problemele esențiale care se pun în acest cadru sunt: a) Ce este cu adevărat important și util pentru elev în acest câmp de cunoaștere? b) Care este și în ce mod poate fi transmis necesarul minim de informație către elevi, astfel încât să devină bază pentru o dezvoltare continuă a cunoașterii matematice și, mai ales, care să fie operațional în diferite contexte?

Un al doilea argument vizează *subiectul învățării – elevul*. În acest context, problemele cele mai importante care se pun se centrază pe: a) Cum este percepută matematica – disciplină școlară de către elevi și, în consecință, cât investesc aceștia în însușirea cunoașterii specifice? b) Care sunt și cum acționează pârgiile prin care poate fi mărită eficiența acestui tip de învățare?

O lucrare deosebit de interesantă, ce tratează această problematică, este cea a lui R. Charnay (1999), în care autorul abordează *10 întrebări esențiale relative la necesitatea învățării matematicii de-a lungul școlarității obligatorii* și ilustrează ceea ce ar putea constitui o *cultură matematică integrată unei culturi științifice*.

Referitor la învățarea matematicii, E. De Corte și L. Verschaffel (Crahay & alii, coord., 2005, p.33), consideră aceasta ca fiind o „construcție socială de semnificații și înțelegeri”, ce se realizează printr-un „proces constructiv ce vizează dezvoltarea unei *disposition à mathématiser le réel*” (dispoziție de a matematiza realul, trad. n.). Din perspectiva acestor autori, învățarea matematicii trebuie să fie *dinamică*, ceea ce se traduce prin trei atribute: *autoreglată*, *contextualizată* și *colaborativă*. Autoreglarea, *componentă esențială a învățământului constructiv*, „se referă la gradul în

care indivizii se implică într-un mod activ, metacognitiv, motivațional și comportamental în procesul lor personal de învățare” (Zimmerman, apud. Crahay & alii, *op. cit.*, p. 36). Contextualizarea învățării matematicii presupune realizarea acesteia „în context: în relație cu mediul social, contextual și cultural” (Crahay & alii, *loc. cit.*) ca un mijloc de realizare a sensului matematicii. Caracterul colaborativ al învățării matematicii derivă din curentul socio-constructivist asupra învățării, conform căruia „interacțiunile sociale sunt esențiale învățării matematicii, construcția individuală a cunoștințelor apărând ca rezultat al procesului de interacțiune, de negociere și de cooperare” (Crahay & alii, *op. cit.*, p. 38).

Aceste caracteristici ale învățării, descrise succint mai sus, vin să întregască lista condițiilor unei *învățări eficiente*, care trebuie să fie *participativă, activă și creativă* (Neacșu, 1999, p.12).

În didactica matematicii din țara noastră, în prezent se conturează trei direcții de manifestare a preocupărilor specialiștilor în domeniu⁴ (în acord cu Astolfi & Develay, 2002, pp. 115-119). Există, în primul rând, o direcție ce corespunde *didacticii-acțiune*, promovată preponderent de matematicieni și de profesorii de matematică și este centrată pe *conținuturile matematice* ce trebuie prelucrate și transmise în cadrul orelor de matematică, mai exact pe *transinformația didactică* a cunoașterii științifice matematice. În acest context, matematicienii cu preocupări în didactica matematicii sunt interesați de prima fază a transinformației didactice (în special de alcătuirea programelor de matematică), în timp ce practicienii, profesorii de matematică, sunt, în mod firesc, interesați de cea de-a doua fază a acestui proces (construcția cunoașterii matematice la nivelul elevului).

O a doua direcție a preocupărilor în didactica matematicii românești ar corespunde *didacticii-formare*, promovată de formatorii de viitori profesori de matematică (metodicienii din universități). Această didactică este *derivată din didactica generală* (tradițională), reprezentând o particularizare și o adaptare a acesteia la specificul disciplinei (studiază principiile didacticii matematicii, proiectarea activității didactice, obiectivele matematicii școlare, metodologia didactică, evaluarea instruirii etc.).

⁴ Pe baza concluziilor *Workshop-ului național de didactica matematicii*, desfășurat la Universitatea “Ovidius” din Constanța, în perioada 24-26 nov. 2005.

Cea de-a treia direcție conturată în câmpul didacticii matematicii din țara noastră este cea a *didacticii-cercetare*, promovată de cercetătorii în domeniu. Eforturile acestora sunt orientate spre identificarea *caracteristicilor învățării matematicii*, preocupări ce se înscriu în orientările actuale la nivel internațional.

În schema de mai jos redăm sintetic *orientările actuale în didactica matematicii românești*:

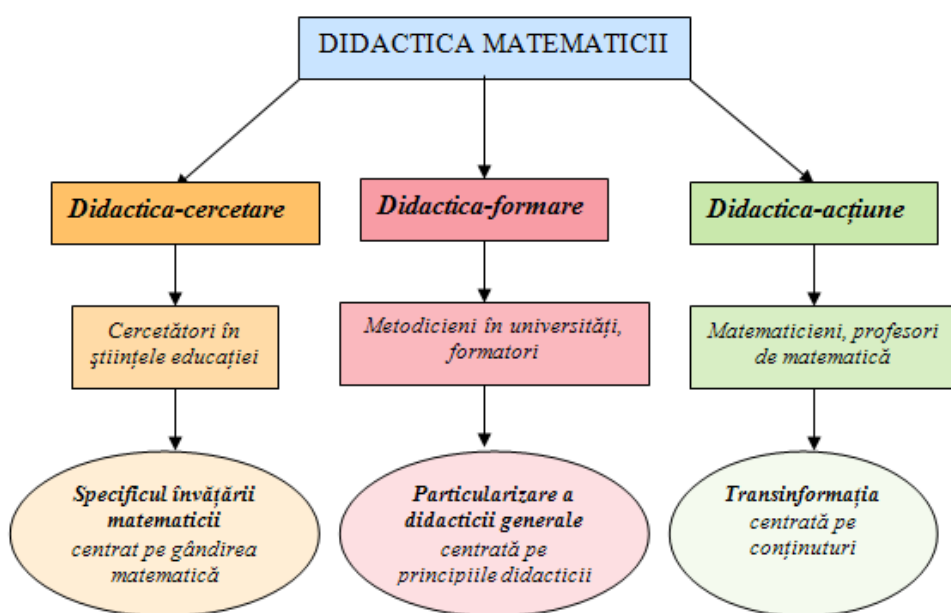


Figura I.1. *Orientări actuale în didactica matematicii românești*