

**Anton Negrilă**

**Maria Negrilă**

# **MATEMATICĂ**

**TEME RECAPITULATIVE**

**CLASA A VII-A**

EDIȚIA A II-A, REVIZUITĂ

**Editura Paralela 45**

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Redactare: Iuliana Ene  
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : teme recapitulative : clasa a VII-a / Anton Negrilă,**  
Maria Negrilă. - Ed. a 2-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2022  
ISBN 978-973-47-3462-7

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

1

## MULȚIMEA NUMERELOR REALE

- I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional
- I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ
- I.3. Mulțimea numerelor reale
- I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Câtul radicalilor
- I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical
- I.6. Operații cu numere reale
- I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții
- I.8. Formule de calcul prescurtat
- I.9. Ecuații de forma  $x^2 = a, a \in \mathbb{R}$

2

## ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

- II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută
- II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute
- II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare

3

## ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

- III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide.  
Sisteme de axe ortogonale în plan.  
Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale.  
Distanța dintre două puncte din plan

### I.1. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A PĂTRATULUI UNUI NUMĂR NATURAL. ESTIMAREA RĂDĂCINII PĂTRATE DINTR-UN NUMĂR RAȚIONAL

1. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:

- a) 25, 9, 35, 46, 144, 180, 289, 324, 340, 361;  
 b)  $15^2$ ,  $(-7)^4$ ,  $3^{10}$ ,  $(-10)^5$ ,  $(-14)^{12}$ ,  $(-7)^9$ ,  $(-24)^7$ ,  $(-32)^6$ ;  
 c)  $7^{6n}$ ,  $5^{4n+2}$ ,  $18^{n^2+1}$ ,  $17^{n^2+n}$ ,  $14^{n^2-n+4}$ ,  $n > 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $\sqrt{81} = 9$ ;                      b)  $\sqrt{7^2} = 7$ ;                      c)  $\sqrt{(-6)^2} = -6$ ;                      d)  $\sqrt{(-108)^2} = -108$ ;  
 e)  $\sqrt{64a^2} = 8a$ ,  $a < 0$ ;                      f)  $\sqrt{(-36a^2)^2} = 36a^2$ ;                      g)  $\sqrt{25a^4b^2} = 5a^2b$ ,  $b < 0$ .

3. Rezolvați ecuațiile:

- a)  $x^2 = 49$ ;                      b)  $x^2 = 121$ ;                      c)  $4x^2 = 1600$ ;                      d)  $5x^2 = 320$ ;  
 e)  $-3x^2 = -48$ ;                      f)  $x^2 + 16 = 241$ ;                      g)  $2x^2 - 25 = 263$ ;                      h)  $3x^2 - 256 = 716$ .

4. Folosind formula  $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$ , unde  $a \neq 1$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , calculați:

- a)  $\sqrt{x+1}$ , unde  $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2019}$ ;  
 b)  $\sqrt{2x+1}$ , unde  $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2017}$ ;  
 c)  $\sqrt{4x+1}$ , unde  $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2015}$ ;  
 d)  $\sqrt{8x+1}$ , unde  $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2014}$ ;  
 e)  $\sqrt{35x+1}$ , unde  $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{2010}$ .

5. Calculați numărul natural  $x$  și arătați că este pătratul unui număr natural, apoi calculați  $\sqrt{x}$ :

- a)  $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2016})$ ;  
 b)  $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{2018})$ ;  
 c)  $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{2020})$ .

6. Arătați că numărul  $x$  este pătrat perfect, pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ , unde  $x = 3^{2n+5} \cdot 4^{2n+5} - 2^{2n+3} \cdot 6^{2n+5}$ .

7. Arătați că, pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ , următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a)  $x = 5n + 2$ ;                      b)  $x = 15n + 7$ ;                      c)  $x = 25n - 8$ ;                      d)  $x = 10n + 3$ ;  
 e)  $x = 6^n + 7$ ;                      f)  $x = 10^n + 8$ ;                      g)  $x = 21^n + 36$ ;                      h)  $x = 15^n + 28$ .

8. Arătați că numerele de mai jos nu sunt pătrate perfecte:

- a)  $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2013}$ ;                      b)  $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2009}$ .

9. Fie numărul natural  $a = 8^{2n} \cdot 225^{n+1} + 15^{2n} \cdot 64^{n+1}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că numărul  $\sqrt{a}$  este număr natural par, pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

10. Se consideră numărul  $a = 9^{3n+3} \cdot 60^{2n} + 9^{2n+1} \cdot 12^{2n+2} \cdot 15^{2n} + 9^{3n+1} \cdot 12^{2n} \cdot 5^{2n+2} \cdot 16$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că numărul  $\sqrt{a}$  este număr natural par, pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

11. Efectuați:

a)  $\sqrt{15^2}, \sqrt{21^4}, \sqrt{(-29)^2}, \sqrt{(-5)^6}, \sqrt{(-11)^4}, \sqrt{a^2}, \sqrt{a^4}, \sqrt{a^6}, a \in \mathbb{Z}$ ;

b)  $\sqrt{2^6 \cdot 3^4}, \sqrt{12^2 \cdot 7^2}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4}, \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}, \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}$ ;

c)  $\sqrt{(-2)^2 \cdot (-3)^4}, \sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}, \sqrt{(-2)^4 \cdot (-5)^2 \cdot (-7)^2}$ ;

d)  $\sqrt{(-17)^2}, \sqrt{(-21)^4}, \sqrt{(-27)^6}, \sqrt{(-31)^8}, \sqrt{(-15)^6}, \sqrt{(-28)^4}$ .

12. Calculați rădăcina pătrată, folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate:

a)  $\sqrt{4096}; \sqrt{2304}; \sqrt{3136}; \sqrt{1764}; \sqrt{5184}; \sqrt{7056}$ ;

b)  $\sqrt{15376}; \sqrt{18496}; \sqrt{29584}; \sqrt{132496}; \sqrt{104976}$ .

13. Calculați:

a)  $\sqrt{55696} - \sqrt{54756} + \sqrt{9216}$ ;

b)  $\sqrt{186624} - \sqrt{419904} + \sqrt{148996}$ .

14. Calculați:

a)  $\sqrt{5^2 + 12^2}$ ;

b)  $\sqrt{8^2 + 15^2}$ ;

c)  $\sqrt{7^2 + 24^2}$ ;

d)  $\sqrt{9^2 + 12^2 + 20^2}$ ;

e)  $\sqrt{20^2 - 16^2 + 9^2}$ ;

f)  $\sqrt{45^2 - 27^2 + 48^2}$ ;

g)  $\sqrt{3^2 \cdot 30^2 - 3^2 \cdot 18^2 + 3^2 \cdot 32^2}$ .

15. Determinați-l pe  $x \in \mathbb{N}$ , știind că:

a)  $\sqrt{2^{3960} - 2^{3959} - 2^{3958} - \dots - 2^{2004}} = 2^{6x}$ ;

b)  $\sqrt{3^{2020} - 2 \cdot 3^{2019} - 2 \cdot 3^{2018} - 2 \cdot 3^{2017} - \dots - 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 - 2} = 3^x$ .

16. Demonstrați că numărul  $A = 80 \cdot 5^{2n} \cdot 4^{3n} + 20 \cdot 10^{2n} \cdot 2^{4n}$  este pătrat perfect pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .

17. Determinați numărul natural  $x$  care verifică egalitatea:

$$\sqrt{1 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + 3 \cdot 4^{2020} + 3 \cdot 4^{2021}} = 2^{6x}.$$

18. Calculați valoarea numărului:

$$x = \sqrt{\left[ \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{53 \cdot 54} \right) - \left( \frac{1}{54 \cdot 55} + \frac{1}{55 \cdot 56} + \dots + \frac{1}{107 \cdot 108} \right) \right]} \cdot \frac{180}{7}.$$

19. Se consideră numărul  $a = 9^{2n+1} \cdot 144^n \cdot 16 + 81 \cdot 12^{2n} \cdot 9^{2n} + 25 \cdot 4^{2n+2} \cdot 9^{3n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că  $\sqrt{a}$  este număr natural par, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

20. Determinați valoarea numărului natural  $a$  pentru care  $a = \sqrt{1+3+5+7+\dots+2021+2023}$ .

## 1.2. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A UNUI NUMĂR RAȚIONAL NENEGATIV

1. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\frac{3}{5}, \sqrt{49}, -\frac{28}{4}, 5, 2, \frac{1}{4}, -2\sqrt{4}, -3\sqrt{9}, \sqrt{81}, -\sqrt{1}, \frac{3}{8}, 0, 15 \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:  $A \cap \mathbb{N}$ ;  $A \cap \mathbb{Z}$ ;  $A \cap \mathbb{Q}$ ;  $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$ ;  $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$ .

2. Calculați:

a)  $\sqrt{\frac{25}{36}}$ ;

b)  $\sqrt{\frac{49}{64}}$ ;

c)  $\sqrt{\frac{9}{169}}$ ;

d)  $\sqrt{\frac{144}{289}}$ ;

e)  $\sqrt{\frac{121}{256}}$ ;

f)  $\sqrt{\frac{324}{625}}$ ;

g)  $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ ;

h)  $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ ;

i)  $\sqrt{4\frac{21}{25}}$ ;

j)  $\sqrt{2\frac{41}{64}}$ ;

k)  $\sqrt{14\frac{1}{16}}$ ;

l)  $\sqrt{12\frac{24}{25}}$ .

3. Calculați:

a)  $\sqrt{0,64}$ ;

b)  $\sqrt{1,69}$ ;

c)  $\sqrt{5,76}$ ;

d)  $\sqrt{0,2304}$ ;

e)  $\sqrt{0,2916}$ ;

f)  $\sqrt{4,6656}$ ;

g)  $\sqrt{10,4976}$ ;

h)  $\sqrt{1,1664}$ ;

i)  $\sqrt{6,4516}$ .

4. Calculați:

a)  $1\frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,09} - 2\frac{5}{8} \cdot \sqrt{0,4} + 0,6 \cdot \sqrt{0,5625}$ ;

b)  $1\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{64}{729}} - \frac{4}{5} \cdot \sqrt{3,0625} + \frac{3}{8} \cdot \sqrt{0,64}$ .

5. Calculați:

a)  $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\dots+2021}{1+3+5+7+\dots+1013}}$ ;

b)  $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\dots+75}{1+3+5+7+\dots+37}}$ ;

c)  $\sqrt{\frac{2 \left[ \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 64} \right) - \left( \frac{1}{64 \cdot 65} + \frac{1}{65 \cdot 66} + \dots + \frac{1}{127 \cdot 128} \right) \right]}{5}}$ ;

d)  $\sqrt{2 \left[ \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{74 \cdot 75} \right) - \left( \frac{1}{75 \cdot 76} + \frac{1}{76 \cdot 77} + \dots + \frac{1}{149 \cdot 150} \right) \right]}$ .

6. Calculați numărul:

$$N = \sqrt{(x+y-6)^2} + \sqrt{(x+y+7)^2} - \sqrt{(x-y-5)^2} - \sqrt{(x-y+6)^2},$$

unde  $x$  și  $y$  sunt numere raționale astfel încât  $-2 \leq x \leq 2$  și  $-3 \leq y \leq 3$ .

### I.3. Mulțimea numerelor reale

1. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\frac{4}{7}, -\sqrt{49}, 0,08(3), -\frac{2}{5}, -\sqrt{36}, \frac{-32}{-4}, \frac{\sqrt{81}}{9}, 3, 5, -\sqrt{72}, -\sqrt{147}, \right. \\ \left. \frac{\sqrt{100}}{5}, \sqrt{1,(7)}, \sqrt{12}, -\sqrt{\frac{25}{64}}, -\sqrt{0,(4)} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Z}; A \cap \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Z}; A \setminus \mathbb{R}; A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}); A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}).$$

2. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\sqrt{16}, \sqrt{81}, -\frac{7}{2}, -\frac{54}{9}, -0,6, \frac{\sqrt{36}}{18}, \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}, 1,2(3), \sqrt{2^2 \cdot 3^2}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2}, -\sqrt{48}, \sqrt{18}, -\sqrt{24}, -\sqrt{25} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Z}; A \cap \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{R}; A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}); A \setminus \mathbb{Z}; A \setminus \mathbb{N}.$$

3. Fie mulțimea:

$$A = \left\{ \sqrt{16}, \sqrt{6\frac{1}{4}}, \sqrt{1\frac{5}{16}}, \sqrt{1\frac{24}{25}}, \sqrt{7\frac{1}{9}}, \sqrt{0,(4)}, \sqrt{4\frac{3}{4}}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2}, \sqrt{(-8)^2} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor  $A \cap \mathbb{N}$ ;  $A \cap \mathbb{Q}$ ;  $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ .

4. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 6\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 8\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq |x| < 7\}.$$

5. Arătați că numărul  $x$  este irațional în fiecare dintre cazurile:

a)  $x = \sqrt{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2021 + 2022}$ ;

b)  $x = \sqrt{(1+3+5+7+\dots+2023)+2024}$ .

6. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a)  $\sqrt{2}$ ;

b)  $\sqrt{3}$ ;

c)  $6\sqrt{2}$ ;

d)  $-4\sqrt{3}$ .

7. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a)  $4 - \sqrt{2}$ ;

b)  $5 - 2\sqrt{2}$ ;

c)  $3\sqrt{3} + 5$ ;

d)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ .

8. Demonstrați că, pentru orice număr natural  $n$ , următoarele numere sunt iraționale:

a)  $\sqrt{5n+8}$ ;

b)  $\sqrt{10n+3}$ ;

c)  $\sqrt{15n-7}$ ;

d)  $\sqrt{5^n + 2}$ .

# GEOMETRIE

1

## PATRULATERUL

- I.1. Patrulate convexe
- I.2. Paralelogramul
- I.3. Linia mijlocie în triunghi
- I.4. Dreptunghiul
- I.5. Rombul
- I.6. Pătratul
- I.7. Trapezul
- I.8. Aria triunghiului
- I.9. Aria patrulaterului

2

## CERCUL

3

## ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR

- III.1. Teorema lui Thales
- III.2. Teorema fundamentală a asemănării

4

## RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIIC



## I.1. PATRULATERE CONVEXE

- În patrulaterul convex  $ABCD$  se știe că  $5\angle C = 4\angle D$ ,  $6\angle D = 5\angle B$ ,  $4\angle A = 9\angle C$ . Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului  $ABCD$ .
- Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt proporționale cu numerele 2, 3, 6 și, respectiv, 7.
- Suma măsurilor a două dintre unghiurile unui patrulater convex este  $160^\circ$ . Știind că patrulaterul are trei unghiuri congruente, calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
- Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex  $ABCD$ , știind că suma măsurilor unghiurilor  $A$  și  $C$  este egală cu  $205^\circ$ , suma măsurilor unghiurilor  $B$ ,  $D$  și  $C$  este egală cu  $250^\circ$  și diferența măsurilor unghiurilor  $B$  și  $D$  este egală cu  $15^\circ$ .
- Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt direct proporționale cu numerele 4, 5, 6 și, respectiv, 9.
- Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex  $ABCD$  ale cărui unghiuri verifică egalitățile:

$$\angle D = \frac{2}{3} \angle C; \angle A = \frac{1}{6} \angle C; \angle B = \frac{5}{4} \angle D.$$

- Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt invers proporționale cu numerele 0,(1), 0,125, 0,(3) și, respectiv, 0,25.
- Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex  $ABCD$ , știind că măsurile unghiurilor  $B$ ,  $C$  și, respectiv,  $D$  sunt proporționale cu numerele 3, 4 și 8, iar măsurile unghiurilor  $D$  și  $A$  sunt invers proporționale cu numerele 0,125 și 0,(1).
- Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex  $ABCD$ , știind că:
 
$$\angle B = 1,25\angle D; \angle D = 0,(6)\angle C; \angle A = 0,1(6)\angle C.$$

## I.2. PARALELOGRAMUL

- În paralelogramul  $ABCD$  se duc  $AE \perp BD$  și  $CF \perp BD$ , unde  $E, F \in (BD)$ . Demonstrați că  $AECF$  este paralelogram.
- În paralelogramul  $ABCD$  se consideră punctele  $M \in (CD)$ ,  $N \in (BC)$ ,  $P \in (AB)$  și  $Q \in (AD)$ , astfel încât  $[PB] \equiv [MD]$  și  $[BN] \equiv [DQ]$ . Demonstrați că  $MNPQ$  este paralelogram.
- În paralelogramul  $ABCD$ , unde  $AC \cap BD = \{O\}$ , se consideră punctele  $E, F, G$  și, respectiv,  $H$  mijloacele segmentelor  $AO, BO, CO$  și, respectiv,  $DO$ . Arătați că  $EFGH$  este paralelogram.
- În paralelogramul  $ABCD$ , unde  $AC \cap BD = \{O\}$ , se consideră punctele  $M \in (AD)$  și  $N \in (BC)$ , astfel încât  $[AM] \equiv [CN]$ . Demonstrați că:
  - $ANCM$  este paralelogram;
  - punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $MN$ .
- În paralelogramul  $ABCD$  se consideră semidreapta  $[BM$  bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $M \in (AC)$ , și semidreapta  $[DN$  bisectoarea unghiului  $ADC$ ,  $N \in (AC)$ . Demonstrați că  $BMDN$  este paralelogram.

### I.3. LINIA MIJLOCIE ÎN TRIUNGHI

- În triunghiul  $ABC$  se consideră punctele  $M$  și  $N$  pe latura  $[AB]$ , astfel încât  $[AM] \equiv [MN] \equiv [NB]$ . Se notează cu  $P$  mijlocul laturii  $[BC]$ , iar punctul  $Q$  este simetricul punctului  $N$  față de punctul  $P$ . Dacă  $AP \cap QM = \{G\}$  și  $NG \cap AQ = \{T\}$ , arătați că  $[AT] \equiv [TQ]$ .
- În triunghiul  $ABC$  se consideră punctele  $D$  și  $E$  mijloacele laturilor  $[AB]$  și  $[AC]$ , iar  $F$  un punct oarecare pe latura  $[BC]$ . Dacă punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AF$ , arătați că punctul  $M$  aparține segmentului  $DE$ .
- În paralelogramul  $ABCD$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ , iar punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $[AD]$  și, respectiv,  $[BC]$ . Arătați că punctele  $M, O, N$  sunt coliniare.
- În patrulaterul convex  $ABCD$  se consideră punctele  $M, N, P, Q$  mijloacele laturilor  $[AB], [BC], [CD]$  și, respectiv,  $[DA]$ . Arătați că patrulaterul  $MNPQ$  este paralelogram.
- În triunghiul  $ABC$  se notează cu  $M$  mijlocul laturii  $[AC]$ , iar punctul  $N$  este mijlocul segmentului  $BM$ . Dacă  $AN \cap BC = \{P\}$ , arătați că  $BC = 3BP$ .

### I.4. DREPTUNGHIIUL

- În patrulaterul ortodiagonal  $MNPQ$  ( $MP \perp NQ$ ) se notează cu  $E, F, G, H$  mijloacele laturilor  $[MN], [NP], [PQ]$  și, respectiv,  $[QM]$ . Arătați că  $[EG] \equiv [FH]$ .
- În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $\sphericalangle A = 90^\circ$ , se notează cu  $D$  mijlocul laturii  $[BC]$ . Dacă  $DE \perp AB$  și  $DF \perp AC$ , unde  $E \in (AB)$  și  $F \in (AC)$ , arătați că  $BC = 2EF$ .
- Demonstrați că într-un triunghi dreptunghic mediana corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din ipotenuză.
- Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel  $ABC$  și punctul  $D$  situat pe ipotenuza  $[BC]$ . Dacă  $DE \perp AB$  și  $DF \perp AC$ , unde  $E \in (AB)$  și  $F \in (AC)$ , demonstrați că  $DE + DF = \text{constant}$ .
- În dreptunghiul  $ABCD$  se iau punctele  $M$  și  $N$  pe diagonala  $[AC]$ , astfel încât  $[AM] \equiv [MN] \equiv [NC]$ . Dacă  $DM \cap AB = \{T\}$  și  $BN \cap CD = \{P\}$ , arătați că:
  - $BPDT$  este paralelogram;
  - mijlocul diagonalei  $[AC]$  este și mijlocul segmentului  $PT$ .

### I.5. ROMBUL

- În rombul  $ABCD$ ,  $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ . Arătați că  $[AB] \equiv [BD]$ .
- În rombul  $ABCD$  se consideră punctele  $E$  și  $F$  mijloacele laturilor  $[BC]$  și  $[AD]$ . Dacă  $BF \cap AC = \{M\}$  și  $DE \cap AC = \{N\}$ , iar  $AC \cap BD = \{O\}$ , arătați că:
  - $[OM] \equiv [ON]$ ;
  - punctele  $E, O, F$  sunt coliniare.



4. În trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ , cu  $[AD] \equiv [BC]$ , diagonalele  $[AC]$  și  $[BD]$  sunt perpendiculare și  $AC \cap BD = \{O\}$ . Calculați:
- perimetrul și aria trapezului, știind că  $AB = 36$  cm și  $CD = 24$  cm;
  - lungimile diagonalelor  $[AC]$  și  $[BD]$ ;
  - distanța de la punctul  $O$  la baza  $[CD]$  și distanța de la punctul  $O$  la baza  $[AB]$ .
5. Se consideră trapezul dreptunghic  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ , iar  $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$ . Știind că  $AC \perp BC$ ,  $\sphericalangle B = 60^\circ$  și  $BC = 24$  cm, calculați:
- perimetrul și aria trapezului;
  - lungimile diagonalelor  $[AC]$  și  $[BD]$ ;
  - distanțele de la punctul  $M$  la bazele trapezului,  $[CD]$  și  $[AB]$ , unde  $AD \cap BC = \{M\}$ .
6. În trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $AD = BC$  și  $DN \perp AB$ ,  $N \in (AB)$ , iar  $AD \cap BC = \{P\}$ . Se știe că  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $M$  este mijlocul bazei mari,  $AB$ ,  $DN = 18$  cm,  $\sphericalangle DAB = 45^\circ$ , iar lungimea bazei mici este egală cu 18 cm.
- Calculați perimetrul trapezului  $ABCD$ .
  - Calculați aria triunghiului  $APB$ .
  - Arătați că punctele  $P$ ,  $O$ ,  $M$  sunt coliniare.

## 1.8. ARIA TRIUNGHIULUI

1. În triunghiul oarecare  $ABC$  se duc  $AE \perp BC$ ,  $E \in (BC)$  și  $BD \perp AC$ ,  $D \in (AC)$ .
- Știind că  $AC = 16$  cm,  $BD = 12$  cm și  $AE = 8$  cm, calculați  $BC$  și  $\mathcal{A}_{ABC}$ .
  - Știind că  $AC = 20$  cm,  $BC = 15$  cm și  $BD = 12$  cm, calculați  $AE$  și  $\mathcal{A}_{ABC}$ .
  - Știind că  $AE = 9$  cm,  $AC = 18$  cm și  $\mathcal{A}_{ABC} = 54$  cm<sup>2</sup>, calculați  $BC$  și  $BD$ .
2. În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ , se duce  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ .
- Știind că  $AB = 18$  cm,  $AC = 24$  cm și  $AD = 14,4$  cm, calculați  $\mathcal{A}_{ABC}$  și  $BC$ .
  - Știind că  $AB = 24$  cm,  $AC = 32$  cm și  $AD = 19,2$  cm, calculați  $\mathcal{A}_{ABC}$  și  $BC$ .
  - Știind că  $AB = 30$  cm,  $BC = 50$  cm și  $\mathcal{A}_{ABC} = 600$  cm<sup>2</sup>, calculați  $AC$  și  $AD$ .
  - Știind că  $AD = 28,8$  cm,  $AC = 48$  cm și  $\mathcal{A}_{ABC} = 864$  cm<sup>2</sup>, calculați  $AB$  și  $BC$ .
3. Calculați aria unui triunghi dreptunghic isoscel cu lungimea ipotenuzei egală cu 18 cm.
4. În triunghiul  $ABC$ ,  $AD$  este mediană,  $D \in (BC)$ . Știind că  $\mathcal{A}_{ABC} = 252$  cm<sup>2</sup> și  $AC = 21$  cm, calculați:
- aria triunghiului  $ABD$ ;
  - distanța de la punctul  $B$  la dreapta  $AC$ ;
  - distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $AC$ .
5. În triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 13$  cm,  $BC = 14$  cm și  $AC = 15$  cm, iar  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ . Calculați:
- aria triunghiului  $ABC$ ;
  - lungimea înălțimii  $AD$ ;
  - distanța de la punctul  $B$  la dreapta  $AC$ .

# CUPRINS

<b>ALGEBRĂ</b> .....	<b>5</b>
<b>CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE</b> .....	<b>7</b>
I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional .....	7
I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ .....	9
I.3. Mulțimea numerelor reale .....	10
I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Câtul radicalilor .....	11
I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical .....	12
I.6. Operații cu numere reale .....	12
I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții .....	13
I.8. Formule de calcul prescurtat .....	18
I.9. Ecuații de forma $x^2 = a$ , $a \in \mathbb{R}$ .....	19
<b>CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</b> .....	<b>21</b>
II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută .....	21
II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute .....	23
II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare .....	27
<b>CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR</b> .....	<b>31</b>
III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sisteme de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan .....	31
<b>GEOMETRIE</b> .....	<b>33</b>
<b>CAPITOLUL I. PATRULATERUL</b> .....	<b>35</b>
I.1. Patrulater convexe .....	35
I.2. Paralelogramul .....	35
I.3. Linia mijlocie în triunghi .....	36
I.4. Dreptunghiul .....	36
I.5. Rombul .....	36
I.6. Pătratul .....	37
I.7. Trapezul .....	37
I.8. Aria triunghiului .....	38
I.9. Aria patrulaterului .....	39
<b>CAPITOLUL II. CERCUL</b> .....	<b>41</b>
<b>CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR</b> .....	<b>43</b>
III.1. Teorema lui Thales .....	43
III.2. Teorema fundamentală a asemănării .....	43
<b>CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC</b> .....	<b>46</b>
<b>PROBLEME RECAPITULATIVE</b> .....	<b>50</b>
<b>INDICAȚII ȘI SOLUȚII</b> .....	<b>53</b>
<b>NOTIȚELE ELEVULUI</b> .....	<b>68</b>