Gheorghe IUREA
Adrian ZANOSCHI
Gabriel POPA
Gabriela-Elena ZANOSCHI
Ioana ANTON

# matematică

## aritmetică geometrie

### clasa a VI-a

mate 2000 – standard



Editura Paralela 45

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Redactare: Andreea Roșca, Ramona Rossall, Iuliana Ene
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României**
**Matematică : aritmetică, geometrie : clasa a VI-a** : mate 2000 – standard / Gheorghe Iurea, Adrian Zanoschi, Gabriel Popa, .... - Pitești : Paralela 45, 2022
ISBN 978-973-47-3700-0

I. Iurea, Gheorghe
II. Zanoschi, Adrian
III. Popa, Gabriel

51

**Stimate cadre didactice/dragi elevi,**

Vă mulţumim că şi în acest an şcolar aţi ales să utilizaţi auxiliarele din colecţia **Mate 2000+**!

**Mate 2000+** este cea mai longevivă colecţie din domeniul educaţional la nivel naţional şi, pentru multe generaţii de elevi, astăzi părinţi, reprezintă sinonimul reuşitei în carieră şi de ce nu, în viaţă. Concepută şi gândită de un colectiv de specialişti în domeniul educaţiei ca un produs unic pe piaţa editorială din România, **MATE 2000+** a reuşit să se impună, fiind în acest moment lider pe piaţa auxiliarelor şcolare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că şi modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informaţii de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicaţia MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât şi în Play Store, cu secţiuni dedicate elevilor şi profesorilor, aplicaţia îmbogăţeşte partea teoretică din auxiliarele noastre.

**Rolul aplicaţiei MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conţinuturile esenţiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecţiilor, atât la clasă, cât şi în sistem online.**

Vă dorim o experienţă de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

# CUVÂNT-ÎNAINTE

Seria „Mate 2000+ Standard”, adresată elevilor de clasele V-VIII, a apărut din necesitatea sistematizării şi a interpretării creative şi aplicative a noţiunilor din noua programă de studiu, în scopul armonizării practicii şcolare cu setul de competenţe impus de programă şi cu specificul subiectelor de examen. Prin ea se urmăreşte trecerea de la formarea noţiunilor şi a deprinderilor elementare de operare cu acestea la dezvoltarea raţionamentului matematic riguros.

Autorii au modelat conceptele şi noţiunile abstracte fireşti domeniului astfel încât elevul să vadă şi să exerseze aplicaţiile practice ale matematicii, fiind pus permanent în situaţia de a adapta aparatul teoretic la necesităţile şi la provocările vieţii de zi cu zi. Învăţarea devine, prin această deschidere către realitatea concretă, plăcută şi necesară.

Fiecare volum începe cu recapitularea materiei din clasa anterioară, dublată de testele iniţiale elaborate în acord cu gradul de dificultate al Evaluării Naţionale. Capitolele sunt împărţite în lecţii care pot fi parcurse în 1-3 ore şi se încheie, fiecare, cu câteva teste sumative ce oferă o imagine fidelă a nivelului de pregătire la care se află, etapă cu etapă, elevii. Lecţiile încep cu o expunere detaliată şi temeinică a părţii teoretice, fapt care asigură o anumită autonomie a lucrării faţă de alte auxiliare didactice. Urmează un număr de probleme reprezentative pentru tematica lecţiei, însoţite de rezolvări punctuale, care se constituie în modele de redactare a răspunsurilor. Problemele propuse sunt gândite gradual, atât ca dificultate, cât şi din punct de vedere metodic, încât profesorul să le adapteze în mod nuanţat ritmului de pregătire al elevilor. Ele respectă, totodată, pragurile de dificultate specifice subiectelor de la Evaluarea Naţională, iar cele care depăşesc acest nivel – puţine la număr – sunt semnalate prin asterisc. Toate problemele au, la finalul culegerii, răspunsuri sau soluţii. În plus, volumul pentru clasa a VIII-a are, în ultima parte, teme recapitulative din materia claselor V-VII, gândite în spiritul subiectelor de Evaluare Naţională.

Sperăm că lucrările din seria „Mate 2000+ Standard” vor aduce bucuria învăţării pentru elevii cărora se adresează, iar colegii noştri profesori vor găsi în ele instrumente utile pentru îndrumarea copiilor. Succes tuturor!

*Autorii*

# PROBLEME RECAPITULATIVE – CLASA a V-a

**1.** Care este cel mai mare număr de patru cifre distincte care are cifra sutelor egală cu 9? Dar cel mai mic?

**2.** Câte numere $\overline{abcd}$ verifică condițiile $a + b = 5$ și $b + c = 11$?

**3.** O carte are 216 pagini. Câte cifre sunt folosite pentru paginarea acesteia?

**4.** Suma a două numere impare distincte este 206. Care este diferența maximă dintre numere? Dar diferența minimă?

**5.** Care este cel mai mic număr natural care împărțit la 76 dă câtul 57? Dar cel mai mare?

**6.** Care este cel mai mic număr natural, mai mare decât 1000, care împărțit la 48 dă restul 15?

**7.** Care este cel mai mare număr natural, mai mic decât 1000, care împărțit la 48 dă restul egal cu 15?

**8.** a) Câte numere de trei cifre au produsul cifrelor egal cu 6?
b) Câte numere de trei cifre au suma cifrelor egală cu 6?

**9.** Efectuați:
a) $2305 \cdot 2304 - 2304 \cdot 2303 - 2 \cdot 2303$;
b) $572 \cdot 68 - 572 \cdot 63 + 128 \cdot 71 - 128 \cdot 66$.

**10.** Dacă $a = 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2^1 - 2^0$ și $b = 3 \cdot 2^8 - 5^4 + 10^2 - 3^5$, calculați $a^b$ și $b^a$.

**11.** Efectuați:
a) $3^7 \cdot 3^5 \cdot 3^{73} - 3^8 \cdot 3^{100} : 3^{23}$;
b) $(2^3)^8 - (2^4)^6 + 3^2 \cdot 9^2 - 3^6$;
c) $(9^{24} + 2 \cdot 81^{16} : 9^8) : 3^{49}$;
d) $(2^{79} + 3 \cdot 2^{76} + 2^{78} + 2^{76}) : 4^{39}$.

**12.** Scrieți numărul 10 ca o sumă, diferență, produs, cât sau putere de numere naturale.

**13.** a) Arătați că 1089 este pătrat perfect.
b) Arătați că 1365 nu este pătrat perfect.

**14.** Câte numere de cinci cifre conțin secvența 234?

**15.** Un număr se împarte la 9 și dă restul 7. Câtul se împarte la 8 și dă restul 5. Noul cât se împarte la 7 și dă câtul 6 și restul 3. Aflați numărul inițial.

**16.** Determinați numerele $\overline{abc}$, știind că:
a) $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 292$;
b) $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 581$.

**17.** Fie $x$, $y$, $z$ numere naturale, astfel încât $2x + 3y = 31$ și $4y + 3z = 67$.
a) Determinați trei numere naturale $x$, $y$, $z$ care verifică condițiile date.
b) Calculați suma $S = 6x + 25y + 12z$.

**18.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $12 \mid 60$;
b) 48 este divizibil cu 16;
c) $51 \vdots 17$;
d) 11 nu divide 803;
e) 1806 nu este multiplu al numărului 43;
f) 26 nu este divizor al numărului 316.

**19.** Determinați valorile cifrei $x$, știind că numărul $\overline{50x6}$ se divide cu 3, dar nu și cu 9.

**20.** Câte numere $\overline{a2b}$ sunt divizibile cu 5?

**21.** Aflați suma divizorilor naturali ai numărului 24.

**22.** Câți multipli ai numărului 15 sunt mai mari decât 300, dar mai mici decât 1000?

**23.** Determinați numărul $\overline{abcb}$, știind că acesta este divizibil cu 5 și cu 9 și că $b + c = 8$.

**24.** Fie $n$ un număr natural nenul. Arătați că numărul $A = 12^{n+1} + 2^{2n+3} \cdot 3^n - 2^{2n} \cdot 3^{n+1}$ se divide cu 204.

**25.** a) Determinați cel mai mic și cel mai mare număr natural de cinci cifre, divizibil cu 9 și cu 5.

b) Câte numere de cinci cifre sunt divizibile cu 9 și cu 5?

**26.** a) Arătați că 47 este divizor comun al numerelor 799 și 2632.

b) Arătați că 7560 este un multiplu comun al numerelor 120 și 135.

**27.** Efectuați:

a) $8{,}5 + 14{,}73$;
b) $5 + 12{,}81$;
c) $5{,}73 - 4{,}85$;
d) $15{,}2 - 8{,}7$;
e) $8{,}3 - 5{,}94$;
f) $5 - 2{,}73$.

**28.** Efectuați:

a) $2{,}4 \cdot 0{,}35$;
b) $9 \cdot 2{,}16$;
c) $324 : 180$;
d) $5{,}632 : 51{,}2$;
e) $42{,}56 : 0{,}38$;
f) $87{,}2 : 2{,}18$.

**29.** Efectuați:

a) $15{,}75 : 10{,}5 - 0{,}5 \cdot (3 - 2{,}43 : 27)$;
b) $(6 - 4{,}29) \cdot (6 + 4{,}29) + 4{,}29^2$;
c) $1 : 0{,}01 - (5{,}4 + 1{,}2^2 \cdot 10) : (2{,}6 - 0{,}96 : 0{,}4)$;
d) $\{1 + 16{,}112 : [2 + 1{,}4 \cdot (1{,}8 - 1{,}79)]\} : 1{,}8$.

**30.** Efectuați:

a) $\left[\frac{7}{36} - \frac{1}{46} \cdot \left(5\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}\right)\right] : 1\frac{3}{8}$;

b) $\frac{75}{27} : \left[2 - 1\frac{7}{9} + \frac{1}{28} : \left(2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{8}\right)\right] - \frac{21}{28}$;

c) $0{,}25 \cdot \frac{18}{126} : \left(\frac{1}{7} - 0{,}125\right) - 0{,}2$;

d) $\left(\frac{1}{3} + \frac{25}{99} + 1\frac{23}{99}\right) \cdot \left(0{,}45 : 9 + \frac{39}{100}\right) + 0{,}92 : \frac{23}{50}$;

e) $61{,}5 : \left[\frac{3}{0{,}12} \cdot \left(1 - \frac{7}{35}\right) + \left(2\frac{15}{45} - 0{,}75\right) \cdot \frac{0{,}78}{2{,}47}\right]$.

**31.** Scrierea sub formă zecimală a fracției $\frac{5}{14}$ este $0{,}a_1a_2a_3\ldots$ . Calculați $a_1 + a_2 + \ldots + a_{100}$.

**32.** Un elev are 120 de lei. Cu 0,4 din sumă își cumpără caiete, iar cu 0,65 din rest își cumpără cărți. Câți bani mai are elevul?

**33.** După ce dintr-un depozit s-au scos de două ori câte 8,75 tone de marfă și de patru ori câte 11,25 tone de marfă, în depozit mai sunt 17,5 tone de marfă. Câte tone de marfă erau în depozit?

**34.** Andrei merge în excursie cu bicicleta și își ia o roată de rezervă. El schimbă din când în când roțile, astfel încât distanța parcursă de fiecare roată să fie aceeași. Aflați câți kilometri a rulat fiecare roată, știind că Andrei a mers 30 km.

**35.** Un biciclist merge 57 km în două etape. În prima etapă merge o oră și 20 de minute cu o viteză constantă de 24 km/h. În etapa a doua merge restul drumului cu o viteză constantă de 30 km/h. În cât timp a parcurs etapa a doua?

**36.** Determinați numărul rațional $x$ din fiecare egalitate:

a) $5x - 17 = 2x + 7$;  b) $7 - 3x = 5x - 25$;

c) $1{,}4x + 0{,}6 = 2{,}2 - x$;  d) $\frac{3x-4}{2} + \frac{2x+1}{3} + \frac{1}{6} = 5$.

**37.** Determinați numărul $x$ în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) 750 cm + 0,05 dam = $x$ m;  b) 500 $dm^2$ – 0,005 $dam^2$ = $x$ $m^2$;

c) 0,00000025 $hm^3$ – 25000000 $mm^3$ = $x$ $dm^3$.

**38.** Trei kilograme de mere și patru kilograme de pere costă 43 de lei, iar cinci kilograme de mere și trei kilograme de pere costă 46 de lei. Cât costă un kilogram de mere și cât costă un kilogram de pere?

**39.** Vlad vrea să cumpere 4 caiete, dar suma de bani pe care o are nu-i ajunge. Îi mai trebuie 2 lei. Bunica îi mai dă 15 lei. Vlad constată că poate cumpăra 5 caiete și îi mai rămân 5 lei. Ce sumă de bani a avut Vlad?

**40.** Suma a două numere este egală cu 225. Unul dintre numere este egal cu 0,8 din celălalt număr. Aflați cele două numere.

**41.** Pentru o rochie, Ana a plătit 80 de lei și încă două treimi din prețul ei. Cât costă rochia?

**42.** Două bucăți de pânză au aceeași lungime. Dacă s-ar vinde 18 m de pânză din prima bucată și 34 m de pânză din a doua, în prima bucată ar rămâne de trei ori mai multă pânză decât în a doua. Câți metri de pânză sunt în fiecare bucată?

**43*.** Câți elevi sunt într-o clasă, știind că formând grupe din câte un băiat și o fată, rămân opt fete și că formând grupe de câte patru fete și un băiat, rămân patru băieți?

**44.** Ana și Maria citesc aceeași carte. Mai întâi Ana citește o cincime din numărul paginilor cărții, apoi Maria citește a șaptea parte din numărul paginilor cărții. Ana constată că a citit cu opt pagini mai mult decât Maria. Câte pagini are cartea?

**45.** La ziua lui, Ionel și-a invitat prietenii, pe care i-a servit cu tort și suc. Fiecare invitat a consumat două sucuri, iar dintr-un tort au mâncat patru copii. Ionel a mâncat tort și a băut suc alături de prietenii săi. Știind că în total au fost 27 de sucuri și torturi, aflați câți invitați a avut Ionel.

**46.** Radu, Tudor și Ioana și-au propus să repare un gard. Lucrând fiecare singur, Radu termină reparația în 4 ore, Ioana în 6 ore, iar Tudor în 3 ore. În cât timp, exprimat în ore și minute, ar termina de reparat gardul cei trei copii, dacă ar lucra împreună?

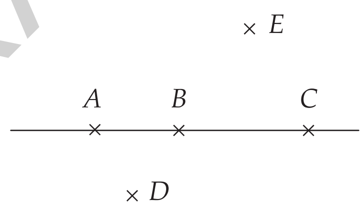
**47.** Maria are o sumă de bani ($S$), număr natural. Ea vrea să cumpere caiete de 2,95 lei bucata. Poate cumpăra 10 caiete, dar nu poate cumpăra 11 caiete. Ce valori poate lua $S$?

**48.** Un turist și-a propus să viziteze, pe un traseu turistic, 52 de obiective în 6 zile. În prima zi a vizitat 5 obiective, iar în fiecare dintre zilele următoare a vizitat mai multe obiective decât în ziua precedentă.

a) Care este numărul maxim de obiective pe care le poate vizita turistul în ultima zi?

b) Care este numărul maxim de obiective pe care le poate vizita turistul a doua zi?

**49.** Considerăm figura de mai jos, unde punctele $A$, $B$, $C$ sunt coliniare, iar punctele $D$ și $E$ sunt de o parte și de alta a dreptei $AC$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor de mai jos:




a) Punctul $A$ este pe dreapta $BC$.

b) Punctul $A$ aparține segmentului $BC$.

c) Punctul $B$ este situat între punctele $A$ și $C$.

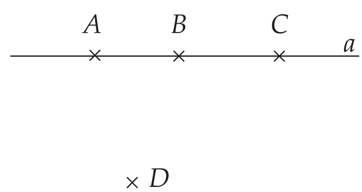
d) Punctul $D$ este pe dreapta $DE$.

e) Punctul $D$ este între punctele $A$ și $C$.

f) Dreptele $AB$ și $AC$ coincid.

g) Segmentele $AB$ și $AC$ coincid.

**50.** Considerăm punctele $A$, $B$, $C$, $D$, astfel încât $A$, $B$, $C$ sunt situate pe o dreaptă $a$, iar punctul $D$ nu este situat pe dreapta $a$, ca în figura alăturată.




a) Câte drepte obținem unind, în toate modurile posibile, punctele date?

b) Câte segmente au capetele în punctele date?

**51.** Punctele $A$, $B$, $C$ sunt situate pe o dreaptă $a$, astfel încât $AB = 3$ cm, iar $BC = 7$ cm. Aflați lungimea segmentului $AC$.

**52.** Stabiliți ordinea punctelor $A$, $B$, $C$ pe dreapta $a$, știind că:

a) $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 1$ cm;

b) $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 5$ cm;

c) $AB = 3$ cm, $BC = 2$ cm, $AC = 1$ cm.

**53.** Considerăm punctele $A$, $B$, $C$ pe o dreaptă $a$, astfel încât $B$ este între punctele $A$ și $C$ și $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm. Determinați distanța dintre mijloacele segmentelor $AB$ și $AC$.

# TESTE INIȚIALE

*Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.*

## TESTUL 1

(1p) **1.** Calculați $\left(\frac{1}{3}+0,25\right)\cdot\left(1+\frac{5}{7}\right)$.

(1p) **2.** Calculați $2a + 3b + c$, știind că $a + b = 20$ și $b + c = 21$.

(1p) **3.** Scrieți în ordine descrescătoare numerele: $a = \frac{5}{3}$, $b = \frac{8}{5}$, $c = 1,6(12)$, $d = 1,(61)$.

(1p) **4.** Ionuț are 142 de timbre, iar Ana are 56 de timbre. Câte timbre trebuie să îi dea Ionuț Anei pentru a avea de două ori mai multe timbre decât Ana?

(1p) **5.** Calculați media aritmetică a numerelor $a = 52 : 5,2$ și $b = 3,24 - 0,5 - 0,74$.

**6.** Considerăm un segment $AB$ cu lungimea de 4 cm. Notăm cu $C$ simetricul lui $A$ față de $B$ și cu $D$ simetricul lui $C$ față de $A$.

(1p) **a)** Construiți punctul $C$.

(1p) **b)** Care este lungimea segmentului $BC$?

(1p) **c)** Care este lungimea segmentului $CD$?

(1p) **7.** Calculați $4^5 \cdot 50 - 4^4 \cdot 150 - 25 \cdot 2^9$.

## TESTUL 2

(1p) **1.** Calculați $92 : 9,2 - 4,2 : 0,7$.

**2.** Un număr natural dă restul 2 la împărțirea prin 3.

(1p) **a)** Ce rest va da dublul numărului la împărțirea prin 3?

(1p) **b)** Ce rest va da triplul numărului la împărțirea la 3?

(1p) **3.** Calculați $(2 + 4 + 6 + \ldots + 100) - (1 + 3 + 5 + \ldots + 99)$.

(1p) **4.** Aflați toate numerele naturale nenule care împărțite la 8 dau câtul de două ori mai mic decât restul.

(1p) **5.** Arătați că numărul $n = 2^0 + 8^{21} : 16^{15} + 6 \cdot 27^{10} : 81^7$ este divizibil cu 9.

**6.** Fie unghiul $AOB$ și semidreptele $OC$, $OM$ și $ON$, astfel încât semidreapta $OC$ este opusă semidreptei $OA$, semidreptele $OM$ și $ON$ sunt interioare unghiului $AOB$, $\sphericalangle MON = 2\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle NOB = 3\sphericalangle AOM$ și $\sphericalangle BOC = 4\sphericalangle AOM$.

(1p) **a)** Determinați măsura unghiului $AOM$.

(1p) **b)** Determinați măsura unghiului $BOM$.

(1p) **7.** Aflați câte numere de forma $\overline{abcabcd}$ sunt divizibile cu 9 și cu 100.

## TESTUL 3

*(1p)* **1.** Calculați $\left\{\left[(1+2+3)^2-2^2\right]^2-(30^2+11^2)\right\}^2+2^0+0^7-2^3$.

*(1p)* **2.** Calculați $\frac{5}{6}+0,(3):\left(0,5-\frac{3}{4}:3\right)$.

*(1p)* **3.** Ana, Bianca și Cristi au împreună 22 de cărți. Aflați câte cărți are fiecare, știind că Bianca are cu două cărți mai multe decât Ana, iar Cristi are de două ori mai multe cărți decât Ana.

*(1p)* **4.** Demonstrați că numărul $n=\overline{ab51}+2\overline{ab}$ este divizibil cu 51.

*(1p)* **5.** Comparați numerele $a=5^{18}$ și $b=15^{12}$.

*(1p)* **6.** Determinați cel mai mic număr natural impar $\overline{abc}$, știind că $a^b=64$.

**7.** Ana lipește 216 cubulețe cu latura de 2 cm, astfel încât să formeze un cub mare, pe care îl vopsește.

*(1p)* **a)** Determinați latura cubului mare.

*(1p)* **b)** Aflați câte cubulețe au exact o față vopsită.

*(1p)* **c)** Câte cubulețe au trei fețe vopsite?

## ARITMETICĂ

# CAPITOLUL I
# MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

## I.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice/ nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime

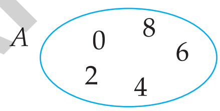
• În matematică, o **mulțime** este o colecție de obiecte diferite, numite **elementele mulțimii.** Elementele unei mulțimi pot fi obiecte matematice de orice fel: numere, simboluri, figuri geometrice, alte mulțimi etc.

Mulțimile se notează cu litere mari.

Dacă $A$ este o mulțime și $x$ este un element al său, spunem că „$x$ aparține mulțimii $A$“ și scriem $x \in A$. Dacă $x$ nu este un element al mulțimii $A$, spunem că „$x$ nu aparține mulțimii $A$“ și scriem $x \notin A$.

O mulțime poate fi reprezentată astfel:

1. scriind elementele sale între două acolade: $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$;
2. cu ajutorul unei diagrame Venn-Euler:




3. indicând o proprietate caracteristică elementelor mulțimii:

$$A = \{x \mid x \text{ este număr natural par, mai mic decât } 10\}.$$

O mulțime ale cărei elemente sunt numere se numește mulțime **numerică**:
$A = \{1, 2, 3\}$ este o mulțime numerică, iar $B = \{a, b, c\}$ nu este o mulțime numerică.

Mulțimea care nu are niciun element se numește mulțimea **vidă** și se notează cu simbolul $\varnothing$.

### Probleme rezolvate

1. Considerăm cuvântul „matematica” și mulțimea $A$, formată din literele acestuia.
   a) Câte litere are cuvântul considerat?
   b) Câte elemente are mulțimea $A$?
   c) Stabiliți valoarea de adevăr pentru fiecare dintre următoarele propoziții:
   $P_1$: $m \in A$; $P_2$: $e \notin A$; $P_3$: $z \in A$; $P_4$: $m \in A$ și $t \notin A$; $P_5$: $c \notin A$ sau $t \in A$.
   d) Stabiliți care dintre propozițiile următoare este adevărată:
   $Q_1$: $A = \{m, a, t, e, i, c\}$; $Q_2$: $A = \{m, a, t, e, m, a, t, i, c, a\}$; $Q_3$: $A = \{a, e, i, c, m, t\}$;
   $Q_4$: $A = \{m, t, c, a, e\}$.

*Soluție:* a) Cuvântul „matematica” are 10 litere.
b) Elementele unei mulțimi sunt distincte, deci mulțimea $A$ are 6 elemente.
c) Avem: $P_1$ este adevărată, $P_2$ este falsă, $P_3$ este falsă, $P_4$ este falsă (căci $t \in A$), iar $P_5$ este adevărată (deoarece $t \in A$).
d) În scrierea unei mulțimi, fiecare element apare o singură dată, iar ordinea în care sunt scrise elementele nu contează. Prin urmare, $Q_1$ și $Q_3$ sunt adevărate, iar $Q_2$ și $Q_4$ sunt false.

**2.** Scrieți fiecare dintre următoarele mulțimi, enumerându-le elementele:
a) mulțimea cifrelor impare;
b) mulțimea cifrelor numărului 2023;
c) mulțimea divizorilor numărului 6;
d) mulțimea multiplilor numărului 25, care sunt mai mici decât 100;
e) mulțimea soluțiilor, numere naturale, ale ecuației $4x + 3 = 5$.

*Soluție:* a) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; b) $B = \{0, 2, 3\}$; c) $C = \{1, 2, 3, 6\}$; d) $D = \{0, 25, 50, 75\}$; e) $E = \varnothing$.

## PROBLEME PROPUSE

**1.** Scrieți, prin enumerarea elementelor, mulțimea literelor pentru fiecare dintre următoarele cuvinte:
a) aritmetica; b) algebra; c) geometria.

**2.** Patru elevi, Ana, Barbu, Corina și Dan, au scris mulțimea cifrelor din care este format numărul 50053. Răspunsurile lor se pot vedea în tabelul următor.

| Ana | Barbu | Corina | Dan |
|---|---|---|---|
| $\{3, 0, 5\}$ | $\{5, 0, 0, 5, 3\}$ | $\{0, 0, 3, 5, 5\}$ | $\{5, 3, 0\}$ |

Care dintre cei patru elevi a răspuns corect?

**3.** În figura 1 sunt reprezentate mulțimile $A$ și $B$. Scrieți cele două mulțimi, enumerându-le elementele.

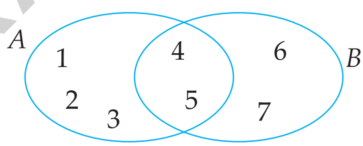


*Fig. 1*

**4.** Folosiți simbolurile „$\in$” sau „$\notin$” pentru a descrie relația în care se află fiecare număr din figura 2 față de mulțimile $A$ și $B$.

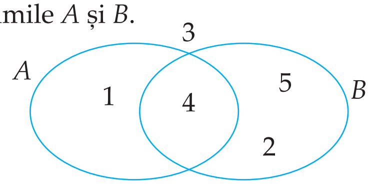


*Fig. 2*

**5.** Fie mulțimea $M = \{5, 2, 3, 0, 7\}$. Stabiliți valoarea de adevăr pentru fiecare dintre propozițiile:

$P_1$: $3 \in M$; $P_2$: $6 \in M$; $P_3$: $1 \notin M$; $P_4$: $5 \notin M$; $P_5$: $7 \in M$; $P_6$: $8 \notin M$.

**6.** Scrieți, folosind unul dintre simbolurile „$\in$" sau „$\notin$", următoarele relații (figura 3).

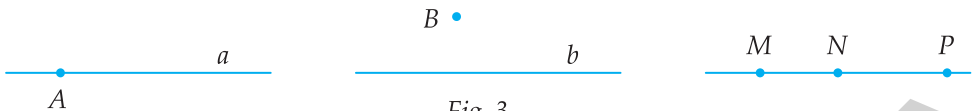



*Fig. 3*

a) Punctul $A$ este situat pe dreapta $a$.
b) Punctul $B$ nu se află pe dreapta $b$.
c) Punctul $N$ aparține dreptei $MP$, fiind situat între punctele $M$ și $N$.
d) Punctele (diferite) $M$, $N$, $P$ sunt coliniare.

**7.** Determinați elementele fiecăreia dintre următoarele mulțimi:

$A = \{x \mid x$ este număr natural mai mic decât $4\}$;
$B = \{y \mid y = 3n - 4,\ n = 2, 3, 4\}$;
$C = \{z \mid z = 2^n - 1$, unde $n \in \{0, 1, 2, 3\}\}$;
$D = \{t \mid t$ este număr natural și $5t + 1 \le 16\}$.

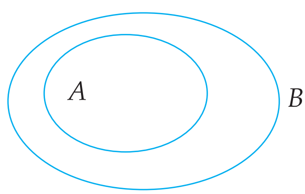
**8.** Scrieți, cu ajutorul unei proprietăți caracteristice a elementelor, mulțimile:

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; $B = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$;
$C = \{8, 16, 32, 64\}$; $D = \{10, 20, 30, \ldots, 90, 100\}$.

## I.2. Relații între mulțimi

Două mulțimi care au aceleași elemente se numesc **egale**. Dacă două mulțimi, $A$ și $B$, sunt egale, scriem $A = B$, iar dacă nu sunt egale, scriem $A \neq B$.

Dacă toate elementele unei mulțimi $A$ sunt și elemente ale unei mulțimi $B$, spunem că mulțimea $A$ este **inclusă** în mulțimea $B$ și notăm $A \subset B$. În acest caz, mulțimea $A$ se numește **submulțime** (sau parte) a mulțimii $B$.




$$(\text{oricare ar fi } x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (A \subset B)$$

Mulțimea vidă este inclusă în orice mulțime: $\varnothing \subset A$, oricare ar fi mulțimea $A$.
Orice mulțime este inclusă în ea însăși: $A \subset A$, oricare ar fi mulțimea $A$.
Două mulțimi, $A$ și $B$, sunt egale, dacă și numai dacă fiecare dintre ele este submulțime a celeilalte mulțimi: $(A = B) \Leftrightarrow (A \subset B$ și $B \subset A)$.

## PROBLEME REZOLVATE

**1.** Stabiliți care dintre următoarele mulțimi sunt mulțimi egale:

a) $A = \{3, 2, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 7, 5\}$;

b) $A$ este mulțimea cifrelor pare, iar $B$ este mulțimea cifrelor numărului 886000246;

c) $A = \{n \mid n$ este număr natural și $4n + 3 < 10\}$, $B = \{1, 2\}$;

d) $A$ este mulțimea literelor din care este format cuvântul „rezolvare”, iar $B = \{a, e, o, l, r, z\}$.

*Soluție:* a) Deoarece mulțimile $A$ și $B$ au aceleași elemente, deși scrise în altă ordine, rezultă că $A = B$.

b) Cum $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, avem $A = B$.

c) Întrucât $0 \in A$, dar $0 \notin B$, înseamnă că $A \neq B$.

d) Observăm din $v \in A$ și $v \notin B$, deci $A \neq B$.

**2.** Se consideră mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

a) Scrieți toate submulțimile mulțimii $M$ care au un singur element.

b) Scrieți toate submulțimile mulțimii $M$ care au trei elemente.

c) Câte submulțimi are, în total, mulțimea $M$?

*Soluție:* a) Submulțimile mulțimii $M$ care au un singur element sunt: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$ și $\{4\}$.

b) Submulțimile mulțimii $M$ care au trei elemente le obținem eliminând, pe rând, câte un element din $M$. Astfel, obținem: $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4\}$ și $\{1, 2, 3\}$.

c) În afară de submulțimile pe care le-am scris la punctele a) și b), mulțimea $M$ mai are submulțimi: cu zero elemente ($\varnothing$), cu două elemente ($\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$) și cu patru elemente ($M = \{1, 2, 3, 4\}$). În total, mulțimea $M$ are 16 submulțimi.

## PROBLEME PROPUSE

**1.** Fie mulțimile $A = \{x \mid x$ este număr natural și $x \geq 4\}$, $B = \{y \mid y$ este număr natural și $2^y \geq 10\}$ și $C = \{z \mid z$ este număr natural și $z + 3 > 6\}$. Arătați că mulțimile $A$, $B$, $C$ sunt egale.

**2.** Scrieți submulțimile mulțimilor:

a) $A = \{0\}$;  b) $B = \{1, 2\}$;  c) $C = \{a, b, c\}$.

**3.** Fie mulțimea $M = \{0, 1, 4\}$. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este scrisă corect. Pentru propozițiile scrise corect, aflați și valoarea de adevăr:

$P_1$: $\{0, 1\} \subset M$; $P_2$: $1 \subset M$; $P_3$: $\{1\} \in M$; $P_4$: $\{1\} \subset M$; $P_5$: $\{1, 2\} \subset M$; $P_6$: $M \subset \{0, 1\}$;

$P_7$: $M \in \{0, 1, 4, 5\}$; $P_8$: $M \subset \{0, 1, 4, 5, 6\}$.

**4.** Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{3, 4, 5\}$. Stabiliți valoarea de adevăr pentru fiecare dintre următoarele propoziții:

$P_1$: $2 \in A$; $P_2$: $2 \in B$; $P_3$: $A = B$; $P_4$: $\{4, 5\} \subset A$; $P_5$: $\{4, 5\} \subset B$; $P_6$: $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

$P_7$: $\{2, 5\} \not\subset B$; $P_8$: $B \not\subset A$.

# CAPITOLUL II
# RAPOARTE. PROPORȚII

## II.1. RAPOARTE

• Fie $a$ și $b$ două numere raționale pozitive, cu $b \neq 0$. Numărul rațional $a : b$ se numește **raportul** numerelor $a$ și $b$ și se notează $\frac{a}{b}$; numerele $a$ și $b$ se numesc **termenii raportului**, iar câtul obținut prin împărțirea numărului $a$ la numărul $b$ se numește **valoarea raportului** $\frac{a}{b}$.

*Exemplu:* Raportul numerelor 5 și 4 este $\frac{5}{4}$, termenii raportului sunt numerele 5 și 4, iar valoarea raportului este $5 : 4 = 1{,}25$.

**Observații:**

**1.** Valoarea unui raport nu se schimbă dacă înmulțim sau împărțim ambii termeni ai săi cu același număr nenul: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ și $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$, pentru orice numere raționale pozitive $a$, $b$, $c$, cu $b \neq 0$ și $c \neq 0$.

**2.** Dacă numerele $a$ și $b$ reprezintă mărimi de aceeași natură, atunci pentru scrierea raportului $\frac{a}{b}$ este necesar ca cele două mărimi să fie exprimate folosind aceeași unitate de măsură; în această situație, raportul nu va avea unitate de măsură.

*Exemplu:* Dacă înălțimea Mariei este egală cu 1,2 m, iar înălțimea lui Dan este de 150 cm, atunci raportul înălțimilor celor doi copii este $\frac{120 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} = \frac{4}{5}$.

**3.** Dacă numerele $a$ și $b$ reprezintă mărimi de tipuri diferite, atunci raportul $\frac{a}{b}$ este însoțit de unitate de măsură; astfel de rapoarte apar des în fizică.

*Exemplu:* Daria parcurge distanța de acasă până la școală (1,2 km), cu trotineta, în 20 de minute. Din egalitatea rapoartelor $\frac{1{,}2 \text{ km}}{20 \text{ min}} = \frac{3{,}6 \text{ km}}{60 \text{ min}}$ rezultă că viteza Dariei este de 3,6 km/h.

• **Exemple cunoscute de rapoarte:**

**1. Raportul procentual** este un raport de forma $\frac{p}{100}$, care se notează $p\%$.

**2. Scara unei hărți** este raportul dintre distanța pe hartă și distanța reală; se exprimă ca un raport cu numărătorul 1.

**3. Densitatea populației** dintr-o regiune este raportul dintre numărul de locuitori din acea regiune și suprafața corespunzătoare.

**4. Titlul unui aliaj** este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

**5. Viteza de deplasare** este raportul dintre distanța parcursă și timpul corespunzător.

## PROBLEME REZOLVATE

**1.** În clasa a VI-a A sunt 28 de elevi, dintre care 16 sunt băieți. Aflați valoarea raportului dintre numărul fetelor și numărul băieților din această clasă.

*Soluție:* În clasă sunt 28 – 16 = 12 fete, iar raportul dintre numărul fetelor și cel al băieților este egal cu $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$, având valoarea 0,75.

**2.** Într-un manual de geografie este inclusă o hartă a Europei, având scara 1 : 20000000. Știind că pe acea hartă distanța dintre București și Viena este de aproximativ 5,35 cm, aflați distanța reală (pe teren) dintre cele două capitale.

*Soluție:* Scara hărții exprimă faptul că la 1 cm de pe harta respectivă corespund 20000000 cm reali (pe teren); prin urmare, distanța reală dintre București și Viena este egală cu $5{,}35 \cdot 20000000 = 107000000$ cm = 1070 km.

**3.** Aflați ce cantitate de aur conține un aliaj cu titlul egal cu 0,2, știind că respectivul aliaj este compus din aur și cupru, iar masa cuprului este de 920 g.

*Soluție:* Dacă notăm cu $a$ masa metalului prețios (aur), atunci titlul aliajului este $\frac{a}{a+920}=$ 0,2, de unde $a = 0{,}2 \cdot a + 184$ și obținem $a = 230$ g.

## PROBLEME PROPUSE

**1.** Scrieți raportul numerelor:

a) 2 și 6; b) 7 și 10; c) 15 și 43;
d) 256 și 32; e) $3^3$ și 3; f) 3,5 și 0,2.

**2.** Considerăm numerele $a = 12$ și $b = 24$. Aflați rapoartele numerelor de mai jos:

a) $a$ și $b$; b) $2a$ și $a + b$; c) $3b – 10$ și $a + 20$.

**3.** Calculați valoarea rapoartelor numerelor:

a) 6 și 4; b) 3 și 12; c) 18 și 75;
d) $3^4$ și 15; e) 2,5 și 12,5; f) 0,28 și 0,14.

**4.** Aflați numerele necunoscute din rapoartele următoare:

a) $\frac{a}{3}=1{,}5$; b) $\frac{7}{b}=2$; c) $\frac{25}{c}=0{,}5$;
d) $\frac{315}{15}=d$; e) $\frac{e}{3{,}4}=0{,}5$.

**5.** a) Raportul numerelor raționale pozitive $x$ și $y$ este egal cu $\frac{2}{5}$. Aflați valoarea raportului dintre numerele $15x$ și $4y$.

b) Raportul numerelor raționale pozitive $7y$ și $12x$ este egal cu $\frac{21}{16}$. Aflați valoarea raportului dintre $y$ și $x$.

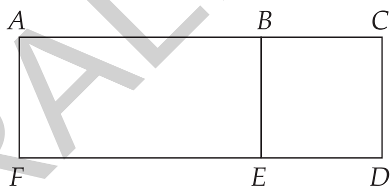
**6.** Considerăm mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$.

a) Scrieți toate rapoartele care se pot forma având primul termen din $A$ și al doilea termen din $B$.

b) Aflați cardinalul mulțimii $R = \left\{\frac{a}{b} \middle| a \in A \text{ și } b \in B\right\}$.

**7.** Fie numerele $a = 0{,}01(2)$ și $b = 0{,}12(2)$. Aflați valoarea raportului dintre numerele 9 și $\frac{a}{b}$.

**8.** În figura alăturată sunt desenate dreptunghiul $ABEF$ și pătratul $BCDE$. Se știe că dreptunghiul are lungimea de 6 cm, iar pătratul are latura de 3 cm. Aflați:




a) raportul dintre lățimea și lungimea dreptunghiului;

b) valoarea raportului dintre perimetrul dreptunghiului și perimetrul pătratului.

**9.** Calculați suma tuturor numerelor de forma $\overline{xy}$, cu proprietatea că raportul dintre cifra $y$ și cifra nenulă $x$ este egal cu 2.

**10.** a) Valoarea raportului numerelor raționale pozitive $a$ și 0,(2) este 4,5. Aflați numărul $a$.

b) Valoarea raportului numerelor raționale 23 și $b$ este 2,(32). Aflați numărul $b$.

**11.** Titlul unui aliaj de argint și cositor este egal cu 0,7. Determinați ce cantitate de argint se află într-o bucată de aliaj cu masa de 1,4 kg.

**12.** Se topesc 135 g de aur și 165 g de cupru pentru a obține un aliaj. Aflați titlul acestui aliaj.

**13.** Se topesc împreună 450 g de aliaj cu titlul 0,6 și 150 g de aur. Aflați titlul noului aliaj.

**14.** Se topesc împreună 300 g dintr-un aliaj cu titlul egal cu 0,85 și 200 g din alt aliaj, având titlul egal cu 0,75. Aflați titlul aliajului nou obținut.

**15.** Se topesc împreună 400 g dintr-un aliaj cu titlul 0,75 și cantități egale din alte două aliaje, având titlurile 0,85, respectiv 0,8; se obține astfel un nou aliaj cu titlul 0,795. Aflați ce cantitate din al doilea aliaj a fost topită.

**16.** Matei are o hartă a României cu scara 1 : 5000000 și măsoară pe aceasta, cu rigla gradată, o distanță de 7,8 cm între orașele Iași și Cluj. Stabiliți care este distanța reală (pe teren) dintre cele două orașe.

**17.** Mara dorește să realizeze o schiță la scara 1 : 250000 a orașului în care locuiește, marcând principalele instituții. Știind că pe teren universitatea se află la distanța de 10,5 km față de primăria orașului, aflați la ce distanță se află reprezentările celor două clădiri pe schița Marei.

**18.** George analizează harta complexului montan în care va merge în tabără și observă că cea mai mare dintre piscine este reprezentată sub forma unui pătrat cu latura de 5 cm. Știind că scara hărții este 1 : 1000, aflați:

a) raportul dintre perimetrul piscinei de pe hartă și perimetrul piscinei reale;

b) raportul dintre aria piscinei de pe hartă și aria piscinei reale.

**19.** Maria admiră într-un magazin mai multe schițe ale Arcului de Triumf din București, realizate la scări diferite. Pe prima schiță, având scara 1 : 150, înălțimea Arcului, măsurată cu rigla, este de 18 cm.

a) Aflați scara celei de-a doua schițe, dacă pe această schiță înălțimea Arcului este egală cu 27 cm.

b) Aflați care este înălțimea Arcului (în cm) pe a treia schiță, dacă scara acesteia este 1 : 200.

c) Ar fi posibil ca o schiță să aibă scara 1 : 250, iar înălțimea Arcului pe aceasta să fie egală cu 10 cm? Justificați răspunsul.

**20.** Cea mai dens populată țară din lume este Monaco, un oraș-stat cu suprafața de aproximativ 2 $km^2$ și o populație de aproximativ 39000 de locuitori. Aflați densitatea populației în Monaco.

**21.** Aflați ce suprafață are o regiune cu densitatea de 27 de locuitori/$km^2$ și cu o populație de 459 de locuitori.

**22.** Viteza medie de croazieră a unui elicopter este de 5 km/min, în comparație cu cea a unui avion, care este de 850 km/h. Aflați raportul dintre viteza avionului și cea a elicopterului.

**23.** Un avion parcurge distanța de 2730 km dintre Iași și Londra în 3 ore și 20 de minute. Aflați care este viteza medie de deplasare a acestui avion.

**24.** Aflați numărul rațional pozitiv $x$, cu proprietatea că valorile rapoartelor $\frac{x}{3}$ și $\frac{12}{x+1}$ sunt numere naturale.

# CAPITOLUL III
# MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

## III.1. Număr întreg. Mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi

• **Mulțimea numerelor întregi** se notează cu $\mathbb{Z}$ și este:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}.$$

**Mulțimea numerelor întregi pozitive:** $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$.

**Mulțimea numerelor întregi negative:** $\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$.

**Mulțimea numerelor întregi nenule:** $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

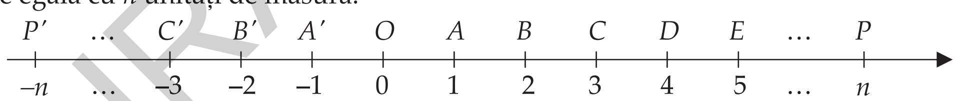
Observăm că $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Numărul întreg 0 nu este nici pozitiv, nici negativ.

• **Axa numerelor** este o dreaptă pe care au fost fixate: un punct $O$ numit **origine**, un **sens pozitiv de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) și o **unitate de măsură**.

Fiecărui număr întreg $a$ îi corespunde pe axă un unic punct notat $P(a)$; numărul întreg $a$ se numește **coordonata** (abscisa) punctului $P$. Originea axei numerelor are coordonata 0 și se notează $O(0)$.

Numerele întregi pozitive $n$ corespund punctelor situate la dreapta originii, astfel încât distanța dintre origine și punctul corespunzător $P(n)$ să fie egală cu $n$ unități de măsură. Similar, numerele întregi negative $-n$, (unde $n \in \mathbb{N}^*$) corespund punctelor situate la stânga originii, astfel încât distanța de la origine la punctul $P'(-n)$ să fie egală cu $n$ unități de măsură.




Dacă două puncte sunt așezate simetric față de origine pe axă, atunci numerele corespunzătoare lor se numesc **numere opuse**.

*Exemplu:* Opusul lui 2 este −2, iar opusul lui −3 este 3.

• **Modulul** sau **valoarea absolută** a unui număr întreg $a$, notat cu $|a|$, este numărul natural ce reprezintă distanța de la origine la punctul care îi corespunde lui $a$ pe axa numerelor. Modulul numărului întreg 0 este egal cu 0.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a > 0 \\ 0, & \text{dacă } a = 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}.$$

*Exemple:* $|+1| = +1$, $|-2| = -(-2) = +2$, $|0| = 0$.

**Proprietăți:** **1.** $|a| > 0$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}^*$.

**2.** $|a| = 0$ dacă și numai dacă $a = 0$.

• **Compararea și ordonarea numerelor întregi.** Dintre două numere întregi reprezentate pe axa numerelor, numărul mai mare este situat în dreapta celuilalt.

Reguli pentru compararea numerelor întregi:

**1.** Dintre două numere întregi pozitive, mai mare este numărul cu modulul mai mare. Exemplu: $+2 < +5$.

**2.** Dintre două numere întregi negative, mai mare este numărul cu modulul mai mic. Exemplu: $-4 < -1$.

**3.** Dintre două numere întregi cu semne diferite, mai mare este numărul pozitiv. Exemplu: $-7 < +2$.

## Probleme propuse

**1.** Asociați fiecărui număr ce apare în enunțurile de mai jos unul dintre semnele „+” sau „–”:

a) Ana a primit de la bunici 250 de lei.
b) Bianca i-a dat Anei 100 de lei.
c) Codin a făcut scufundări până la o adâncime de 20 de metri.
d) Daria a escaladat un versant înalt de 40 de metri.
e) La Polul Nord temperatura a coborât cu 42° sub 0°.
f) În mijlocul verii, la noi sunt uneori peste 35°C.

**2.** Completați tabelul de mai jos:

| $n$ | $-3$ | | | $5$ | $-17$ | | $-(-2)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Opusul lui $n$** | | $0$ | $2$ | | | $-8$ | | $-(-1)$ |

**3.** Considerăm mulțimea $A = \{-36, -35, -34, \dots, 46, 47, 48\}$. Stabiliți câte elemente ale mulțimii $A$ au proprietatea că opusele lor sunt, la rândul lor, elemente ale mulțimii $A$.

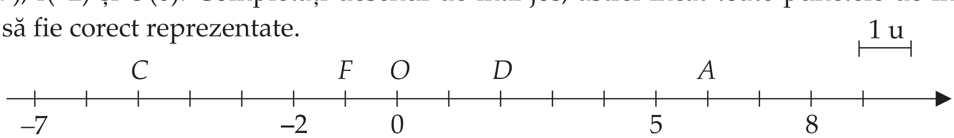
**4.** Reprezentați pe axa numerelor, folosind ca unitate de măsură un segment cu lungimea de 1 cm, numerele întregi de mai jos:

a) $1, 3, -2, 4, -1, -4$; b) $-3, 2, 5, 0, -6, -5$.

**5.** Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:

a) $5, -5, 10, 20, -30, -15$; b) $75, -150, 100, 25, -200, -50$.

**6.** Considerăm pe axa numerelor punctele $A(6)$, $B(8)$, $C(-5)$, $D(2)$, $E(-3)$, $F(-1)$, $G(5)$, $H(-7)$, $I(-2)$ și $O(0)$. Completați desenul de mai jos, astfel încât toate punctele de mai sus să fie corect reprezentate.



**7.** Considerăm pe axa numerelor punctele $O(0)$, $A(5)$, $B(b)$ și $M(m)$. Aflați numerele întregi $b$ și $m$, astfel încât distanța de la $A$ la $B$ să fie de 6 unități de măsură, iar $M$ să fie mijlocul segmentului $AB$.

**8.** Considerăm mulțimea $A=\left\{-5;1\frac{1}{2};7;0;-4;\frac{15}{3};2,(7)\right\}$. Determinați mulțimile:

a) $A \cap \mathbb{N}$; b) $A \cap \mathbb{Z}$; c) $A \setminus \mathbb{Z}^*$; d) $A \cap \mathbb{Z}_-$.

**9.** Considerăm mulțimea $M=\left\{-3;\frac{1}{3};3;\left(\frac{4}{3}\right)^0;\left(\frac{3}{4}\right)^{10};3,(4);-5;2^2;1,(7);-10\right\}$. Scrieți:

a) un număr natural din mulțimea $M$;
b) un număr întreg negativ din mulțimea $M$;
c) un număr rațional din mulțimea $M$, care nu este număr întreg.

**10.** Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre propozițiile de mai jos:

a) $-4 \in \mathbb{Z}$; b) $1 \notin \mathbb{N}$; c) $3 \in \mathbb{Z}_-$; d) $-6 \in \mathbb{Z}_+$;
e) $\varnothing \subset \mathbb{Z}$; f) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$; g) $-27 \in (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$; h) $0 \in (\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}_+)$.

**11.** Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre propozițiile de mai jos:

a) $\{-2, -1, 0, 1\} \subset \mathbb{Z}$; b) $\{-3, -1, 0, 1, 5\} \subset \mathbb{N}$;
c) $\{-7, -5, 1, 9\} \subset \mathbb{Z}^*$; d) $\{-3, -2, 0\} \subset (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$;
e) $\{0, 1\} \subset (\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z})$.

**12.** Completați tabelul de mai jos:

| $a$ | $-12$ | | $-1$ | $0$ | $6$ | | $18$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-a$ | | $6$ | | | | $-12$ | |
| $\lvert a \rvert$ | | | | | | | |

**13.** Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre propozițiile de mai jos:

a) $|-207| = -207$; b) $|35| = -35$; c) $|-171| = 171$;
d) $|1| + |-9| = 10$; e) $|15| - |-13| = |-2|$; f) $|-29| \in \mathbb{N}$.

**14.** Calculați:

a) $|-3| + |3| - |-2|$; b) $|-10| : |-5| + |-3| \cdot |-2|$;
c) $|-30| : |3| - |5| \cdot |-2|$; d) $|-2|^5 \cdot |2|^2 : |-2|^4 + |-4| \cdot |2|$.

**15.** Calculați:

a) $|-1| + |-2| + |-3| + \ldots + |-35|$; b) $|-1| + |-3| + |-5| + \ldots + |-41|$;
c) $|-1| + |-1|^2 + |-1|^3 + \ldots + |-1|^{100}$; d*) $|-2| + |-2|^2 + |-2|^3 + \ldots + |-2|^{100} - 2^{101}$.

**16.** Aflați numerele întregi $a$, $b$, $c$ și $d$ care verifică egalitățile:

a) $|a-3| = 0$; b) $|b-1| + |c-2| = 0$; c) $|d-3| + 1 = 0$.

**17.** Scrieți: a) patru numere întregi negative mai mari decât –5;
b) patru numere naturale mai mici decât 4;
c) patru numere întregi cuprinse între –3 și 3;
d) patru numere întregi pare cuprinse între –20 și –10;
e) patru numere întregi consecutive, dintre care exact două sunt opuse.

**18.** Scrieți: a) cel mai mare număr întreg de două cifre;
b) cel mai mic număr întreg de două cifre, cu cifrele distincte;
c) cel mai mare număr întreg mai mic decât –36;
d) cel mai mic număr întreg mai mare decât –12.

**19.** Ordonați crescător numerele întregi de mai jos:
a) –9, 8, –5, –7, 0, 3;
b) 1, –10, –11, 2, –14, –18;
c) –39, –41, 40, –38, 42, –43;
d) –1, –11, –111, –1111, –11111;
e) –1122, –1221, –1212, –1222, –1220.

**20.** Ordonați descrescător următoarele numere întregi:

$$-|-2|,\ -(-3),\ -(+5),\ -|1|,\ -7,\ -(-9),\ +|-11|,\ -|3|,\ |-|-6||,\ -|-|-4||.$$

**21.** Comparați numerele întregi de mai jos:
a) $|-2|$ și $2$; b) $|1|$ și $-1$; c) $-(-3)$ și $4$; d) $-|-4|$ și $-5$;
e) $|-9|$ și $3^2$; f) $-2^3$ și $-8$; g) $-7$ și $-11$; h) $-(+5)$ și $-|5|$.

**22.** Considerăm mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x \leq 2\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 5\}$. Determinați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

**23.** Aflați numerele întregi $a$, $b$, $c$ și $d$, știind că:
a) $|a| = 2$; b) $|b| \leq 3$; c) $|c| > 4$; d) $1 < |d| \leq 4$.

**24.** Determinați cardinalul fiecăreia dintre mulțimile următoare:
$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 5\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| = 3\}$;
$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$; $E = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid |x| \leq 5\}$; $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < -7\}$.

**25.** Tabelul de mai jos cuprinde temperaturile înregistrate de o stație meteorologică din Munții Bucegi, într-o săptămână din luna aprilie, măsurate la trei ore diferite:

| | **Ora la care a fost înregistrată temperatura:** | | |
|---|---|---|---|
| | **6:00** | **13:00** | **20:00** |
| **Luni** | –8°C | 2°C | –5°C |
| **Marți** | –11°C | –5°C | –13°C |
| **Miercuri** | –15°C | –10°C | –15°C |
| **Joi** | –9°C | –1°C | –7°C |
| **Vineri** | –5°C | 2°C | 0°C |
| **Sâmbătă** | –5°C | 4°C | 1°C |
| **Duminică** | –4°C | 2°C | –3°C |

# CUPRINS

## RECAPITULARE FINALĂ