ALINA PARASCHIVA
SILVIU DĂNEȚ

matematică
Formule și noțiuni generale

clasele
V-VIII

Ediția a II-a

CORINT

Redactare: **Alice Raluca Petrescu**
Tehnoredactare: **Andrei Cîrtoaje**
Coperta: **Walter Riess**

Date despre autori:
GABRIELA ALINA PARASCHIVA — profesor gradul I la Colegiul Naţional „Gheorghe Lazăr” din Bucureşti, coautor la auxiliare şcolare pentru clasele V-VIII, autor de articole în reviste de specialitate.
SILVIU DĂNEŢ — profesor gradul II la Grupul Şcolar Agricol „Viaceslav Harnaj” din Bucureşti, coautor la auxiliare şcolare pentru clasele V-VIII, autor de articole în revista „Arhimede”.
Referent: **LILIANA FLORICA VÎJÎIANU** — profesor la Şcoala Generală nr. 70, sector 3, Bucureşti.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
PARASCHIVA, ALINA
Matematică: formule şi noţiuni generale: clasele V-VIII / Alina Paraschiva, Silviu Dăneţ.- Ed. a 2-a. - Bucureşti: Corint, 2008
ISBN 978-973-135-428-6

I. Dăneţ, Silviu

51(075.33)(083.5)

Difuzare şi Clubul cărţii :
Calea Plevnei nr. 145, sector 6, cod poştal 060012, Bucureşti
Tel.: 021.319.88.22; 021.319.88.33; Fax: 021.319.88.66
E-mail: vanzari@edituracorint.ro
Magazin virtual: www.edituracorint.ro

ISBN: 978-973-135-428-6
Format: 32/ 61 × 86; Coli tipo: 4

Tiparul executat la: FED PRINT S.A.

Prefaţă

Pregătirea elevilor la matematică, atât la clasă, cât şi în vederea susţinerii unor examene şi concursuri, trebuie să pornească de la cunoaşterea, înţelegerea şi reţinerea noţiunilor teoretice, fără de care orice problemă rămâne o „enigmă nerezolvată”.

Lucrarea este organizată în două părţi, corespunzătoare celor două ramuri ale studiului matematicii în clasele V-VIII — algebră şi geometrie —, şi realizează o trecere în revistă a tuturor noţiunilor de matematică incluse în programa şcolară din curriculum nucleu şi curriculum aprofundat pentru gimnaziu. Noţiunile sunt structurate şi incluse în capitole, conform materiei studiate, astfel încât elevul să se poată orienta uşor şi, totodată, să aibă la dispoziţie tot arsenalul teoretic necesar, însoţit de exemplificări prin câteva exerciţii.

Considerăm că prezenta lucrare este un auxiliar didactic util şi eficient, atât pentru elevi, cât şi pentru profesori, pentru activitatea curentă desfăşurată acasă sau în clasă, dar şi pentru examene, reuşind să acopere, în totalitate, într-o formă sintetică, conţinuturile programei de matematică pentru gimnaziu.

Autorii

Cuprins

GEOMETRIE

ALGEBRĂ

Capitolul I
Mulțimea numerelor naturale

Simbolurile 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 se numesc **cifre**.

Numerele scrise astfel 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează **șirul numerelor naturale**.

Observație. Șirul numerelor naturale este infinit.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ – mulțimea numerelor naturale.
$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

Numerele naturale sunt:
• **pare** – se împart exact la 2, se notează $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$;
• **impare** – nu se împart exact la 2, se notează $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}$.

1. Operații cu numere naturale

1.1. Adunarea

$$\boxed{\text{termen} + \text{termen} = \text{sumă}}$$

Proprietățile adunării numerelor naturale:

a) Comutativitatea: $a + b = b + a, \forall\, a, b \in \mathbb{N}$.

b) Asociativitatea: $a + (b + c) = (a + b) + c, \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

c) Elementul neutru: $a + 0 = 0 + a = a, \forall\, a \in \mathbb{N}$. (Numărul natural 0 este element neutru față de adunare.)

1.2. Scăderea

$$\boxed{\text{descăzut} - \text{scăzător} = \text{diferență}}$$

$a - b = c, \forall\, a, b \in \mathbb{N}, a \geqslant b.$

Proba scăderii: $a = b + c$.

1.3. Înmulțirea

$\boxed{\text{deînmulțit} \cdot \text{înmulțitor} = \text{produs}}$

Notație: În loc de semnul „ · “ care simbolizează înmulțirea se folosește și „×“.

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale:

a) Comutativitatea: $a \cdot b = b \cdot a, \forall\, a, b \in \mathbb{N}$.

b) Asociativitatea: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

c) Elementul neutru: $a \cdot 1 = a, \forall\, a \in \mathbb{N}$. (Numărul natural 1 este element neutru față de înmulțire.)

d) $a \cdot 0 = 0, \forall\, a \in \mathbb{N}$.

e) Distributivitatea înmulțirii față de adunare:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}.$$

f) Distributivitatea înmulțirii față de scădere:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}, b > c.$$

1.4. Împărțirea

$\boxed{\text{deîmpărțit} : \text{împărțitor} = \text{cât}}$

$a : b = c, \forall\, a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$.

Proba împărțirii: $a = b \cdot c$.

Observație: $\mathbf{0 : \boldsymbol{b} = 0}, \forall\, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$.

Teorema împărțirii cu rest

Oricare ar fi numerele naturale a și b, $b \neq 0$, numite **deîmpărțit** și, respectiv, **împărțitor**, există două numere naturale q și r, numite **cât** și, respectiv, **rest**, astfel încât

$$a = b \cdot q + r, r < b.$$

Numerele q și r, determinate în aceste condiții, sunt *unice*.

2. Compararea și ordonarea numerelor naturale

Pentru orice două numere naturale a și b există una și numai una dintre următoarele relații:

$a < b$ — a mai mic decât b

sau

$a = b$ — a egal cu b

sau

$a > b$ — a mai mare decât b

Pentru orice $a, b \in \mathbb{N}$ avem următoarele relații:

- $a \leqslant b$ dacă și numai dacă $a < b$ și $a = b$;
- $a \geqslant b$ dacă și numai dacă $a > b$ și $a = b$.

Egalitatea și inegalitatea numerelor naturale au proprietatea de *tranzitivitate*:

- Dacă $a < b$ și $b < c$, atunci $a < c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.
- Dacă $a \leqslant b$ și $b \leqslant c$, atunci $a \leqslant c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.
- Dacă $a > b$ și $b > c$, atunci $a > c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.
- Dacă $a \geqslant b$ și $b \geqslant c$, atunci $a \geqslant c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.
- Dacă $a = b$ și $b = c$, atunci $a = c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

Relațiile $<$, $\leqslant$, $>$, $\geqslant$ sunt *relații de ordine* și *ordonează numerele naturale.*

3. Factor comun

Pentru orice numere naturale a, b și c avem:

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ și

$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$, cu $b > c$.

4. Puterea unui număr natural

Definiții:

♦ Se numește **puterea a *n*-a a numărului natural *a*** numărului a^n dat prin $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ ori}}$, $n \geqslant 2$, $a, n \in \mathbb{N}$,

unde: a – se numește **baza puterii**;

n – se numește **exponentul puterii**.

♦ Operația matematică prin care se obține puterea unui număr se numește **ridicare la putere**.

4.1. Reguli de calcul cu puteri

Pentru orice $a \in \mathbb{N}$ și orice $m, n \in \mathbb{N}$ avem:

1. $a^1 = a, \forall\, a \in \mathbb{N}^*$;

2. $a^0 = 1, \forall\, a \in \mathbb{N}^*$;

3. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \forall\, a \in \mathbb{N}^*$;

4. $a^m : a^n = a^{m-n}, \forall\, a \in \mathbb{N}^*, m \geqslant n$;

5. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \forall\, a \in \mathbb{N}^*$;

6. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \forall\, a, b \in \mathbb{N}^*$;

7. $(a : b)^n = a^n \cdot b^n, \forall\, a, b \in \mathbb{N}^*$;

8. $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}}, \forall\, a \in \mathbb{N}^*$.

Observație: 0^0 nu se poate efectua.

Definiție: Puterea a doua a unui număr natural se mai numește și **pătratul** acelui număr.

4.2. Compararea puterilor

♦ Dintre două puteri care au aceeași bază, este mai mare puterea care are exponentul mai mare.

$$a^n > a^m \Leftrightarrow n > m, \forall\, a \in \mathbb{N}^*, n, m \in \mathbb{N}.$$

♦ Două puteri care au aceeași bază sunt egale dacă au exponenți egali.

$$a^n = a^m \Leftrightarrow n = m, \forall\, a \in \mathbb{N}^*, n, m \in \mathbb{N}.$$

♦ Dintre două puteri cu baze diferite, dar având același exponent (diferit de zero), este mai mare puterea care are baza mai mare.

$$a^n < b^n \Leftrightarrow a < b, \forall\, a, b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*.$$

5. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor

Dacă într-o expresie există paranteze rotunde, drepte și acolade, începem cu efectuarea calculelor din parantezele rotunde. După efectuarea acestor calcule, parantezele drepte le transformăm în paranteze rotunde, iar acoladele în paranteze drepte și continuăm efectuarea calculelor din noile paranteze rotunde.

În funcție de ordinea în care se execută, celor cinci operații matematice cunoscute pentru numerele naturale – adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere – li s-a alocat un **ordin**.

Operații	**Ordin**
Adunarea și scăderea	I
Înmulțirea și împărțirea	II
Ridicarea la putere	III

Dacă un exercițiu conține operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul III, apoi cele de ordinul II și, în final, cele de ordinul I.

6. Descompunerea numerelor naturale (în baza 10)

$$\overline{ab} = a \cdot 10^1 + b \cdot 10^0$$

$$\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$$

$$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$$

unde a, b, c, d sunt cifre, $a \neq 0$.

Observație: Orice număr natural se poate descompune după modelul de mai sus.

7. Divizibilitatea

7.1. Noțiuni generale

Definiție: Un număr natural a este **divizibil** cu b, dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$. Numărul a se numește **multiplu** de b, iar b se numește **divizor** al lui a.

Notație:	*Se citește:*
$a \vdots b$	a se divide cu b
sau	
$b \mid a$	b îl divide pe a

Proprietățile divizibilității:

1. Reflexivitatea: $a \vdots a, \forall\, a \in \mathbb{N}$.

2. Antisimetria: dacă $a \vdots b$ și $b \vdots a$, atunci $a = b, \forall\, a, b \in \mathbb{N}$.

3. Tranzitivitatea: dacă $a \vdots b$ și $b \vdots c$, atunci $a \vdots c, \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

4. $a \vdots 1, \forall\, a \in \mathbb{N}$.

5. $0 \vdots a, \forall\, a \in \mathbb{N}$.

6. Dacă $a \vdots b$ și $c \vdots b$, atunci $(a \pm c) \vdots b$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

7. Dacă $a \vdots b$, atunci $(a \cdot c) \vdots b, \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

8. Dacă $a \vdots b$ și $a \vdots c$, atunci $a \vdots (b \cdot c), \forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

7.2. Criterii de divizibilitate

✧ Un număr natural este divizibil cu 2, dacă și numai dacă ultima cifră a numărului este o cifră pară: 0, 2, 4, 6 și 8.

✧ Un număr natural este divizibil cu 5, dacă și numai dacă ultima cifră a numărului este 0 sau 5.

✧ Un număr natural este divizibil cu 10, dacă și numai dacă ultima cifră este 0.

✧ Un număr natural este divizibil cu 3 (sau 9), dacă și numai dacă suma cifrelor numărului este multiplu de 3 (sau 9).

7.3. Numere prime și numere compuse

Definiții:

♦ Spunem că un număr este **prim** dacă are ca divizori pe 1 și pe el însuși.

♦ Un număr care are mai mult de doi divizori se numește **număr compus**.

Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.)

Definiție: Spunem că *d* este **cel mai mare divizor comun** a două numere naturale *a* și *b* dacă:

a) $d \mid a$;

b) $d \mid b$;

c) orice alt divizor comun d' al acelor numere este divizor și pentru *d*.

Notație: $d = \text{c.m.m.d.c.}(a, b) \overset{\text{not}}{=} (a, b)$.

Observație: C.m.m.d.c. se află astfel:

I. Se descompun numerele *a* și *b* în produs de factori primi.

II. Se înmulțesc factorii primi comuni, scriși o singură dată, la puterile cele mai mici.

Exemplu: Calculăm (300, 225).

I.
$$\begin{array}{r|l} 300 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 225 & 5^2 \\ 9 & 3^2 \\ 1 & \end{array}$$

$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ $\qquad$ $225 = 3^2 \cdot 5^2$

II. $(300, 225) = 5^2 \cdot 3 = 75$.

Definiție: Două numere se numesc prime între ele dacă cel mai mare divizor comun al lor este 1.

Cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.)

Definiție: Spunem că m este **cel mai mic multiplu comun** a două numere naturale a și b dacă:

a) $a \mid m$;

b) $b \mid m$;

c) orice alt multiplu comun nenul m' al acelor numere este multiplu al lui m.

Notație: $m = \text{c.m.m.m.c.}(a, b) \overset{\text{not}}{=} [a, b]$.

Observație: C.m.m.m.c se află astfel:

I. Se descompun numerele a și b în produs de factori primi.

II. Se înmulțesc factorii primi comuni și necomuni, scriși o singură dată, la puterile cele mai mari.

Exemplu: Calculăm [320, 165].

I.
$$\begin{array}{r|l} 320 & 2 \cdot 5 \\ 32 & 2^5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 165 & 11 \\ 15 & 3 \cdot 5 \\ 1 & \end{array}$$

$320 = 2^6 \cdot 5$ $\qquad$ $165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$

II. $[320, 165] = 2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 10\,560$.

Capitolul II

Propoziții și mulțimi

1. Propoziții

Definiție: O **propoziție** este un enunț care este ori fals ori adevărat.

1.1. Valoarea de adevăr a unei propoziții

Dacă o propoziție este adevărată spunem că ea are valoarea de adevăr „adevărul” și o notăm cu A; dacă o propoziție este falsă spunem că are valoare de adevăr „falsul” și o notăm cu F.

1.2. Propoziții compuse

Dacă p și q sunt două propoziții, atunci putem obține următoarele propoziții compuse:

p și q, p sau q, $\rceil p$.

1. *p* și *q*

Propoziția ***p* și *q*** este adevărată când propozițiile p și q sunt adevărate.

p	***q***	***p* și *q***
A	A	A
A	F	F
F	A	F
F	F	F

2. *p* sau *q*

Propoziția ***p* sau *q*** este adevărată dacă cel puțin una dintre propozițiile p sau q este adevărată.

p	***q***	***p* sau *q***
A	A	A
A	F	A
F	A	A
F	F	F

3. $\rceil \boldsymbol{p}$ (se citește non p)

Propoziția $\rceil \boldsymbol{p}$ este falsă atunci când p este adevărată și adevărată atunci când p este falsă.

p	$\rceil \boldsymbol{p}$
A	F
F	A

2. Mulțimi

2.1. Noțiuni generale

O mulțime este **bine precizată** când se cunosc obiectele din care este constituită.

Dacă A este o mulțime, pentru orice obiect x avem numai una dintre situațiile $x \in A$ sau $x \notin A$, unde $\in$ înseamnă **aparține**, iar $\notin$ înseamnă **nu aparține**.

Observație: Mulțimea fără nici un element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu $\varnothing$.

Exemple de mulțimi:

$A = \{a, b, c, d \mid a, b, c, d \in \mathbb{N}\}$;

$B = \{1, a, a^2, a^3 \mid a \in \mathbb{N}\}$;

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$;

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

2.2. Cardinalul unei mulțimi

Definiții:

♦ Dacă numărul de elemente al unei mulțimi se poate exprima printr-un număr natural, spunem că mulțimea este **finită**. Dacă nu, atunci spunem că mulțimea este **infinită**.

♦ Numărul natural care exprimă numărul de elemente al unei mulțimi finite se numește **cardinalul mulțimii**.

Notație: Cardinalul mulțimii A se notează card$A$ sau $|A|$.

Observație: $|\varnothing| = 0$.

2.3. Relații între mulțimii

Fie A și B două mulțimi.

1. ***Egalitatea***

$A = B$ dacă cele două mulțimi au aceleași elemente.

Se citește: A egal cu B.

2. ***Incluziunea***

$A \subset B$ dacă orice element din A se găsește și în B.

Se citește: A inclus în B.

3. ***Reuniunea***

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Se citește: A reunit cu B.

4. ***Intersecția***

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Se citește: A intersectat cu B.

5. ***Diferența***

$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

Se citește: A fără B.

6. ***Produsul cartezian***

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}$.

Capitolul III

Mulțimea numerelor întregi

1. Noțiuni generale

♦ Mulțimea numerelor întregi este

$\mathbb{Z} = \{..., -n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..., n, ...\}$

♦ $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

Avem incluziunea: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

1.1. Opusul unui număr întreg

Definiție: **Opusul** unui număr întreg a se notează $-a$.

Observație: Dacă $a > 0$, atunci $-a < 0$.
Dacă $a < 0$, atunci $-a > 0$.

1.2. Modulul unui număr întreg

Definiție: **Modulul** sau **valoarea absolută** a unui număr întreg a este $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a > 0 \\ 0, & \text{dacă } a = 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$.

Proprietățile modulului:

1. $|a| \geqslant 0, \forall a \in \mathbb{Z}$.

2. $|a| = |-a|, \forall a \in \mathbb{Z}$.

3. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|, \forall a, b \in \mathbb{Z}$.

4. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, \forall a, b \in \mathbb{Z}$, cu $b \neq 0$.

5. $|a| - |b| \leqslant |a + b| \leqslant |a| + |b|, \forall a, b \in \mathbb{Z}$.

6. $|x| = a \Leftrightarrow x = \pm a$, $\forall\, a \in \mathbb{Z}^*$.

7. $|x| \leqslant a \Leftrightarrow -a \leqslant x \leqslant a$, $\forall\, a \in \mathbb{Z}^*$.

8. $|x| \geqslant a \Leftrightarrow x \leqslant -a$ sau $x \geqslant a$, $\forall\, a \in \mathbb{Z}^*$.

2. Operații cu numere întregi

2.1. Adunarea

Pentru a aduna două numere întregi procedăm astfel:

I. Dacă numerele au același semn, scriem la rezultat semnul celor două numere și adunăm valorile lor absolute.

II. Dacă numerele sunt de semne contrare, scriem la rezultat semnul numărului care are valoarea absolută mai mare și scădem valoarea absolută mică din valoarea absolută mare.

Proprietățile adunării numerelor întregi:

a) Asociativitatea: $a + (b + c) = (a + b) + c$, $\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}$.

b) Comutativitatea: $a + b = b + a$, $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$.

c) Elementul neutru: $a + 0 = 0 + a = a$, $\forall\, a \in \mathbb{Z}$. (Numărul întreg 0 este element neutru pentru adunare.)

2.2. Scăderea

Rezultatul scăderii a două numere întregi este rezultatul adunării descăzutului cu opusul scăzătorului.

$$a - b = a + (-b),\ \forall\, a, b \in \mathbb{Z}.$$

2.3. Înmulțirea

Pentru a înmulți două numere întregi procedăm astfel:

I. Dacă numerele au același semn, scriem la rezultat semnul $+$ și înmulțim valorile lor absolute.

II. Dacă numerele nu au același semn, scriem la rezultat semnul $-$ și înmulțim valorile lor absolute.

Regula semnelor la înmulțire:

$(+) \cdot (+) = (+)$ $(+) \cdot (-) = (-)$

$(-) \cdot (-) = (+)$ $(-) \cdot (+) = (-)$

Proprietățile înmulțirii numerelor întregi:

a) Asociativitatea: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \forall\ a, b, c \in \mathbb{Z}$.

b) Comutativitatea: $a \cdot b = b \cdot a, \forall\ a, b \in \mathbb{Z}$.

c) Elementul neutru**:** $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \forall\ a \in \mathbb{Z}$. (Numărul întreg 1 este element neutru pentru înmulțire.)

d) $a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a, \forall\ a \in \mathbb{Z}$.

e) $(-a) \cdot (-1) = (-1) \cdot (-a) = a, \forall\ a \in \mathbb{Z}$.

f) Distributivitatea înmulțirii față de adunare:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \forall\ a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

g) Distributivitatea înmulțirii față de scădere:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \forall\ a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

2.4. Împărțirea

Împărțirea numerelor întregi este asemănătoare cu cea a numerelor naturale și are aceleași proprietăți.

Capitolul IV

Mulțimea numerelor raționale

1. Noțiuni generale. Fracții

Definiție: Un raport de numere întregi $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$, astfel încât a nu se împarte exact la b este **număr rațional**.

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\right\}$ – mulțimea numerelor raționale.

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Avem incluziunile: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Definiție: O expresie de forma $\frac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}$ și $b \neq 0$, se numește **fracție**. Numărul a se numește **numărător**, numărul b se numește **numitor**, iar raportul $\frac{a}{b}$ este **câtul neefectua**t al împărțirii $a : b$.

Observații:

1. Dacă $\frac{a}{b} > 1$, atunci fracția se numește **supraunitară** și are loc relația $a > b$.

2. Dacă $\frac{a}{b} < 1$, atunci fracția se numește **subunitară** și are loc relația $a < b$.

3. Dacă $\frac{a}{b} = 1$, atunci fracția se numește **echiunitară** și are loc relația $a = b$.

Definiție: Două fracții $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ cu $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, sunt **echivalente** sau **egale** dacă și numai dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Se scrie: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$.

2. Amplificarea și simplificarea fracțiilor

Definiții:

♦ **A amplifica** o fracție înseamnă a înmulți și numărătorul și numitorul acesteia cu un număr diferit de 0.

Exemplu: $^{4)}\frac{5}{3}=\frac{20}{12}$.

♦ **A simplifica** o fracție înseamnă a împărți și numărătorul și numitorul acesteia cu un divizor comun al lor.

Exemplu: $\frac{36}{48}^{(12}=\frac{3}{4}$.

♦ **Fracția ireductibilă** este o fracție care are numărătorul și numitorul numere prime între ele.

3. Aducerea fracțiilor la același numitor

Pentru a aduce două sau mai multe fracții la **același numitor**, adică la **cel mai mic numitor comun**, procedăm astfel:

1. Aflăm **cel mai mic numitor comun**, care este, de fapt, c.m.m.m.c al numitorilor.

2. Împărțim numitorul comun la numitorul fiecărei fracții și amplificăm fracția respectivă cu câtul obținut.

Exemplu: Aducem la același numitor fracțiile $\frac{3}{25}$, $\frac{7}{18}$ și $\frac{1}{75}$.

$[25, 18, 75]=5^2\cdot 3^2\cdot 2=450$

$^{18)}\frac{3}{25}$, $^{25)}\frac{7}{18}$, $^{6)}\frac{1}{75}$ și obținem $\frac{54}{450}$, $\frac{175}{450}$ și $\frac{6}{450}$.